Բովանդակություն

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ……6

ԳԼՈՒԽ 1. Գրաֆների տեսության հիմնական սահմանումներ

§ 1.1 Գրաֆի սահմանումը, տեսակները և տրման եղանակներ……...9

§ 1.2 Աստիճաններ, ենթագրաֆներ և ճանապարհներ……...12

§ 1.3.Կապակցվածության բաղադրիչներ և կապակցված գրաֆներ, Երկկողմանի գրաֆներ,Ծառեր.....16

ԳԼՈՒԽ 2. Հոսքերի Տեսություն

§ 2.1. Ցանցեր և Հոսքեր…….....19

§ 2.2. Ֆորդ-Ֆալկերսոն Մաքսիմալ Հոսքի Ալգորիթմ…….....30

ԳԼՈՒԽ 3: Լոգիստիկ ցանցի օպտիմալացման ծրագրային իրականացում

§ 3.1 Լոգիստիկ ցանցերի մոդելավորման ընդհանուր մոտեցում.....35

§ 3.2 Ծրագրային իրականացման ընդհանուր կառուցվածքը.....36

§ 3.3 Օրինակային կիրառություն լոգիստիկ ընկերության համար.....37

§ 3.4 Արդյունքների վերլուծություն.....39

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ…….....42

ԳԼՈՒԽ 4. Լոգիստիկայում գրաֆների միջով հոսքերի տեսություն և կիրառման աշխատանքների ինքնարժեքի և գնի հաշվարկ.....46

§4.1.Համալրող առարկաների ծախսի հաշվարկ.....47

§4.2.Էլեկտրաէներգիայի ծախսի հաշվարկ……48

§4.3.Աշխատողների հիմական աշխատավարձի հաշվարկը……...48

§4.4.Աշխատողների լրացուցիչ աշխատավարձի հաշվարկը……..49

§4.5. Սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսերի հաշվարկը……....50

§4.6. Տարածքի վարձակալության ծախսի հաշվարկը.....51

§4.7. Ընդհանուր տնտեսական ծախսերի հաշվարկը.....52

§4.8. Համակարգի/փաթեթի ինքնարժքի կալկուլացիան……..52

§4.9. Շահույթի և միավորի գնի հաշվարկը……..53

§Գլուխ 5. Տրանսպորտի ազդեցությունը շրջակա միջավայրի վրա……56

§Գլուխ 6. Կենսագործունեության անվտանգության կարևորագույն դերը լոգիստիկայում.....63

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ……..70

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ժամանակակից աշխարհում տնտեսական համակարգերի, բիզնես գործընթացների և մատակարարման շղթաների արագ զարգացումը առաջ է բերում կառավարման նոր մեթոդների և արդյունավետության առավել բարձր պահանջներ։ Լոգիստիկան, որպես նյութական, տեղեկատվական և ֆինանսական հոսքերի կազմակերպման գիտություն, դարձվել է մի ոլորտ, որտեղ օպտիմալությունը ոչ միայն ցանկալի, այլև անհրաժեշտ պայման է մրցունակություն ապահովելու համար։ Արտադրական ցիկլերի բազմաբնույթ լինելը, միջազգային առևտրի ընդլայնումը, ինչպես նաև հաճախորդների սպասումներն արագ և ճշգրիտ սպասարկման նկատմամբ, լոգիստիկ համակարգերից պահանջում են ճկունություն, հաշվարկելիություն և օպտիմալ լուծումների կառուցվածքային մշակում։

Այս համատեքստում մեծ կարեւորություն է ստանում գրաֆների տեսությունը՝ մաթեմատիկայի մի ճյուղ, որը ուսումնասիրում է օբյեկտների միջև կապերը և դրանց կառուցվածքը։ Գրաֆները հնարավորություն են տալիս իրական համակարգերը ներկայացնել ֆորմալ և հստակ մոդելի միջոցով, որտեղ հանգույցները ներկայացնում են օբյեկտներ (ավտոմոբիլային հանգույցներ, պահեստներ, արտադրական կայաններ), իսկ կողերը՝ դրանց միջև կապերը կամ երթուղիները։ Սակայն, այս մոդելների առավել արդյունավետ կիրառման համար անհրաժեշտ է դիտարկել ոչ միայն կապերի գոյությունը, այլև դրանցով անցնող հոսքերի քանակը, ուղղվածությունը և սահմանափակումները։ Այստեղ ի հայտ է գալիս հոսքերի տեսությունը՝ գրաֆների կարևորագույն ենթաճյուղերից մեկը, որը զբաղվում է աղբյուրից նպատակակետ ուղղված հոսքերի օպտիմալ տեղափոխման խնդիրներով։

Հոսքերի տեսությունը հնարավորություն է տալիս մոդելավորել և հաշվարկել այնպիսի իրավիճակներ, որտեղ առկա են սահմանափակ ռեսուրսներ, տարանցման հզորության սահմանափակումներ, պահանջարկի և մատակարարման անհամաչափ բաշխումներ։ Լոգիստիկայում այս մաթեմատիկական մոդելները լայնորեն կիրառվում են՝ տարանցիկ բեռնափոխադրումների պլանավորումից մինչև պահեստների միջև ապրանքների բաշխում, տրանսպորտային ցանցերի բեռնաթափում, ճանապարհային երթևեկության օպտիմալացում, ինչպես նաև մատակարարման շղթաների ընդհանուր արդյունավետության բարձրացում։ Այս տեսության կենտրոնական խնդիրներից են

առավելագույն հոսքի, նվազագույն ծախսի հոսքի, բաշխման հոսքերի խնդիրները, որոնք լոգիստիկ կառավարման մեջ ունեն իրագործվող ու չափելի կիրառություններ։

Տնտեսական գործունեության ավտոմատացման և թվայնացման գործընթացների արագ զարգացումը հանգեցրել է նրան, որ բարդ լոգիստիկ համակարգերը հաճախ վերլուծվում են ոչ թե ինտուիտիվ մոտեցումներով, այլ ճշգրիտ մաթեմատիկական մոդելներով։ Հոսքերի տեսության մեթոդները հնարավորություն են տալիս գնահատել երթուղիների ծանրաբեռնվածությունը, հաշվարկել օպտիմալ տեղափոխման ծավալները, մինիմալացնել ժամանակային և ֆինանսական ծախսերը։ Օրինակ՝ բեռնափոխադրման ցանցում առավելագույն հոսքի հաշվարկը թույլ է տալիս հասկանալ, թե ինչքան բեռ կարող է իրականում անցնել տրանսպորտային համակարգով՝ հաշվի առնելով յուրաքանչյուր ճանապարհահատվածի թողունակությունը։ Իսկ նվազագույն ծախսի հոսքի մոդելը կարող է կառուցել այնպիսի բաշխում, որը ապահովում է բեռների տեղափոխման նվազագույն ընդհանուր արժեքը։ Այսպիսով, հոսքերի տեսությունը դառնում է լոգիստիկ որոշումների ընդունման վերլուծական հիմքը՝ ապահովելով մոդելների ճշգրտություն և գործնական կիրառելիություն։

Բացի դրանից, գլոբալ մրցակցության աճը ստիպում է ձեռնարկություններին առավել մեծ ուշադրություն դարձնել մատակարարման շղթայի օպտիմալացմանը։ Ապրանքի վերջնական արժեքի մեջ զգալի մասը կազմում են լոգիստիկ ծախսերը, իսկ դրանց նվազեցման արդյունավետ եղանակները հաճախ հիմված են հենց գրաֆային և հոսքային մոդելների վրա։ Այս մոդելները թույլ են տալիս տեսականորեն արտացոլել իրական աշխարհը՝ գտնելով լավագույն ուղիները, հզորությունները և բաշխման ռազմավարությունները՝ չնայած բազմաբնույթ սահմանափակումներին։ Հետևաբար, հոսքերի տեսությունը ոչ միայն մաթեմատիկական հետաքրքրություն ունի, այլև հանդիսանում է տնտեսական արդյունավետության բարձրացման գործիք։ Այս թեմայի արդիականությունը պայմանավորված է լոգիստիկայի դերի մեծացմանը՝ միջազգային առևտրի, էլեկտրոնային կոմերցիայի, ինչպես նաև արագ փոխվող շուկայի պայմաններում։ Արտադրողների, տեղափոխողների և ծախսերի օպտիմալացման խնդիր ունեցող ցանկացած կազմակերպության համար կարևոր է ունենալ մեթոդաբանություն, որը թույլ է տալիս ճիշտ մոդելավորել և կառավարել հոսքերը։ Արդյունքում, գրաֆների

միջով հոսքերի տեսության ուսումնասիրությունը դառնում է առանցքային ոչ միայն մաթեմատիկական տեսանկյունից, այլև կիրառական՝ իրական արտադրական և բաշխիչ համակարգերում:

Այս դիպլոմային աշխատանքի նպատակն է ներկայացնել գրաֆների միջով հոսքերի տեսության հիմնարար գաղափարները, դրանց մաթեմատիկական մոդելավորումը, հիմնական ալգորիթմները և ցուցադրել դրանց կիրառությունը լոգիստիկայի ոլորտում: Աշխատանքը փորձելու է կապել տեսական մոդելները իրական խնդիրների հետ՝ ցույց տալով, թե ինչպես կարելի է հոսքային մոդելները կիրառել բեռնափոխադրումների օպտիմալացման, երթուղիների ընտրության, արտադրական բազաների միջև բաշխման և մատակարարման շղթայի արդյունավետ կառավարման գործընթացներում:

ԳԼՈՒԽ 1. Գրաֆների տեսության հիմնական սահմանումներ

§ 1.1 Գրաֆի սահմանումը, տեսակները և տրման եղանակները

Դիցուք V= { v_1, …, v_n }-ը ցանկացած ոչ դատարկ վերջավոր բազմություն է, և դիցուք $V^{(2)}$-ը V բազմության տարրերի բոլոր ոչ կարգավոր զույգերի բազմությունն է:Նշենք, որ $|V^{(2)}|=\binom{n}{2}$: Ենթադրենք, որ $E \subseteq V^{(2)}$:

Սահմանում 1.1.1: (V, E) կարգավոր զույգին կանվանենք գրաֆ, և այն կնշանակենք՝ G-ով:

$G = (V, E)$ գրաֆի V բազմության տարրերին կանվանենք գրաֆի գագաթներ, իսկ E բազմության տարրերին՝ կողեր: Եթե անհրաժեշտ է շեշտել, որ V -ն հանդիսանում է G գրաֆի գագաթների բազմություն, ապա այդ դեպքում մենք կգրենք V (G) (E (G)):

Վերցնենք $G = (V, E)$ և $G' = (V', E')$ գրաֆները

Սահմանում 1.1.2: G և G' գրաֆները կանվանենք հավասար և կգրենք $G = G'$ այն և միայն այն. դեպքում,երբ $V = V'$, և $E = E'$:

Ստորև կդիտարկենք գրաֆների տրման մի քանի եղանակներ: Նախ նշենք, որ գրաֆը կարելի է տալ, նշելով նրա գագաթների և կողերի բազմությունները:

Սահմանում 1.1.3: G գրաֆը կանվանենք նշված (կամ համարակալված), եթե այդ գրաֆի գագաթներին վերագրված են զույգ առ զույգ տարբեր նիշեր:

Գրաֆների տրման եղանակները նկարագրելու համար տանք մի քանի սահմանում:

Դիցուք $G = (V, E)$ -ն գրաֆ է, u, $v \in V$ և $e, e' \in E$:

Սահմանում 1.1.4: u և v գագաթները կանվանենք հարևան, եթե $uv \in E$:

Սահմանում 1.1.5: u գագաթին և e կողին կանվանենք կից, եթե $u \in e$:

Սահմանում 1.1.6: e և e' տարբեր կողերը կանվանենք հարևան, եթե գոյություն ունի $v \in V$ այնպես, որ v -ն կից է e -ին և e'-ին:

Եթե $G = (V, E)$ գրաֆում $V = \{ v_1,..., v_n\}$ և $E = \{e_1,..., e_m\}$, ապա այդ գրաֆին համապատասխանեցնենք $n \times n$ կարգի $A(G) = (a_{ij})_{n\times n}$մատրիցը հետևյալ կերպ.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \textit{եթե } v_i \textit{ և } v_j \textit{ հարևան են} \\ 0, \textit{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$A(G)$ մատրիցը կանվանենք G գրաֆի հարևանության մատրից: Նկատենք, որ ցանկացած i-ի համար ($1\leq i \leq n$) a_{ii}=0,և ցանկացած i,j -ի համար ($1\leq i,j \leq n$) a_{ij}=a_{ji}: G գրաֆի հարևանության մատրից՝

$$A\,(G) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Եթե $G = (V, E)$ գրաֆում $V = \{ v_1,..., v_n\}$ և $E = \{e_1,..., e_m\}$, ապա այդ գրաֆին համապատասխանեցնենք $n \times m$ կարգի $B(G) = (b_{ij})_{n\times m}$մատրիցը հետևյալ կերպ.

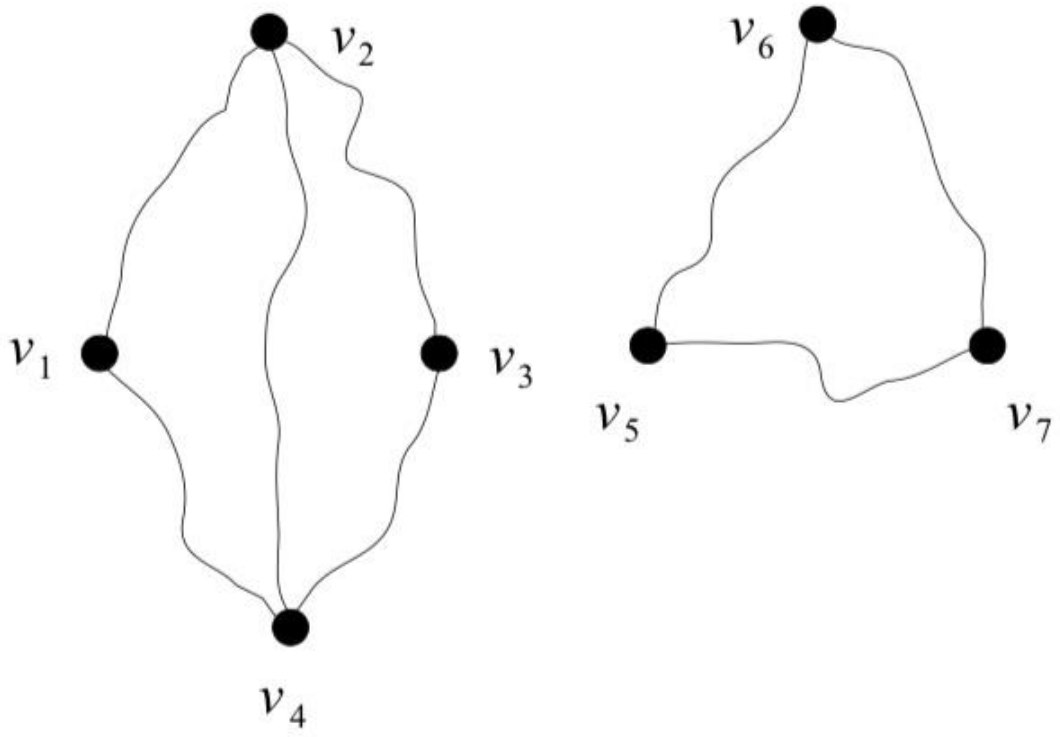
$$b_{ij} = \begin{cases} 1, \textit{եթե } v_i \textit{ և } e_j \textit{ կից են} \\ 0, \textit{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$B(G)$ մատրիցը կանվանենք G գրաֆի կցության մատրից: Նկատենք, որ կցության մատրիցի սյուները զույգ առ զույգ տարբեր են և յուրաքանչյուր սյուն պարունակում է ճիշտ երկու 1: G գրաֆի կցության մատրիցը կլինի՝

$$B\,(G) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

որտեղ ենթադրված է, որ $e_1 = v_1v_2,\quad e_2 = v_2v_3, e_3 = v_3v_4, e_4 = v_1v_4, e_5 = v_2v_4,\ e_6 = v_5v_6,\ \ e_7 = v_6v_7,\ \ e_8 = v_5v_7$

Նշենք, որ զրոներից և մեկերից կազմված $n \times m$ կարգի յուրաքանչյուր B մատրից, որի սյուները զույգ առ զույգ տարբեր են և յուրաքանչյուր սյուն պարունակում է ճիշտ երկու 1, հանդիսանում է համարակալված գագաթներով և կողերով որևէ գրաֆի կցության մատրից:



Նկ. 1.1.1

§ 1.2. Աստիճաններ, ենթագրաֆներ և ճանապարհներ

Վերցնենք $G = (V, E)$ գրաֆը: G գրաֆը կանվանենք (n, m) – գրաֆ, եթե $|V| = n$ և $|E| = m$: Եթե $S \subseteq V(G)$: ապա կատարենք հետևյալ նշանակումները.

$$N_G(S) = \{u \in V \backslash S: \textit{գոյություն ունի } v \in S \textit{ որ}, uv \in E\},$$

$$\partial_G(S) = \{uv \in E: u \in S, v \in V \backslash S\}:$$

G գրաֆում $v \in V$ գագաթի շրջակայք ասելով կհասկանանք $N_G(\{v\})$ բազմությունը: Այն կրճատ կնշանակենք $N_G(v)$- ով: Ավելին, v գագաթին կից կողերի բազմությունն՝ $\partial_G(\{v\})$-ն կնշանակենք $\partial_G(v)$-ով :

Սահմանում 1.2.1: G գրաֆում v գագաթի աստիճան, որը կնշանակենք $d_G(v)$-ով կամ $d(v)$-ով կանվանենք այդ գագաթին կից կողերի քանակը: Պարզ է դառնում որ $d_G(v)$=$|\partial_G(v)|$

G գրաֆում v գագաթը կանվանենք մեկուսացված, եթե $d_G(v) = 0$ և կանվանենք կախված, եթե $d_G(v) = 1$: G գրաֆի համար սահմանենք $\delta(G)$ և $\Delta(G)$ թվերը հետևյալ կերպ.

$\delta(G) = min_{v \in V} d_G(v), \Delta(G) = max_{v \in V} d_G(v)$

$\delta(G)$ – կանվանենք G գրաֆի նվազագույն աստիճան, իսկ $\Delta(G)$- ն՝ առավելագույն աստիճան :

Թեորեմ 1.2.1 (Լ. Էյլեր) Կամայական $G = (V, E)$ գրաֆում տեղի ունի

$$\sum_{v \in V(G)} d_G(v) = 2|E(G)|$$

հավասարությունը :

Իրոք, քանի որ ցանկացած կող կից է երկու գագաթի, ապա $\sum_{v \in V} d_G(v)$ գումարում այդ կողը հաշվվում է երկու անգամ, հետեւաբար՝

$$\sum_{v \in V(G)} d_G(v) = 2|E(G)|$$

Հետեվանք 1.2.1: Կամայական $G = (V, E)$ գրաֆում կենտ աստիճան ունեցող գագաթների քանակը զույգ է:

Դիտողություն 1.2.1: Նշենք, որ թեորեմ 1.2.1-ը և հետևանք 1.2.1-ը մնում են ճիշտ նաև մուլտիգրաֆների և պսևդոգրաֆների դեպքում, միայն թե պայմանավորվում ենք, որ օղակները պսևդոգրաֆի գագաթի աստիճանն ավելացնում են երկուսով:

Սահմանում 1.2.2: G գրաֆը կանվանենք համասեռ կամ ռեգուլյար, եթե $\delta(G) = \Delta(G)$ կամ որ նույնն է, որ եթե նրանում բոլոր գագաթների աստիճանները միևնույն թիվն է: G գրաֆը կանվանենք r -համասեռ կամ r -ռեգուլյար, եթե $\delta(G) = \Delta(G) = r (r \in \mathbb{Z}_+)$

Թեորեմ 1.2.1-ից անմիջապես հետևում է, որ

Հետևանք 1.2.2: Եթե G -ն r -համասեռ (n, m)-գրաֆ է, ապա

$$m = \frac{n \cdot r}{2}$$

Սահմանում 1.2.3 3-համասեռ գրաֆներին կանվանենք խորանարդ գրաֆներ:

Հետևանք1.2.1-ից բխում է

Հետևանք 1.2.3: Խորանարդ գրաֆում գագաթների քանակը զույգ թիվ է:

Սահմանում 1.2.4: G գրաֆը կոչվում է լրիվ, եթե նրանում ցանկացած երկու գագաթ հարևան են:

n գագաթ ունեցող լրիվ գրաֆը կնշանակենք K_n-ով: K_3-ը կանվանենք եռանկյուն:

Դժվար չէ տեսնել, որ K_n–ը $(n-1)$-համասեռ գրաֆ է և

$$|E(K_n)| = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Սահմանում 1.2.5: $G = (V, E)$ գրաֆը կանվանենք r-կողմանի ($r \in \mathrm{N}$), եթե V բազմությունը հնարավոր է տրոհել r ենթաբազմությունների այնպես, որ միևնույն ենթաբազմության գագաթները զույգ առ զույգ հարևան չեն: Եթե $r = 2$, ապա r -կողմանի գրաֆը կանվանենք երկկողմանի: Նկատենք, որ եթե $G = (V, E)$ գրաֆը երկկողմանի է, ապա V բազմությունը հնարավոր է տրոհել երկու ենթաբազմությունների V_1 և V_2-ի այնպես, որ G գրաֆի ցանկացած կող կից լինի մեկ գագաթի V_1-ից եւ մեկ գագաթի V_2-ից:

Սահմանում 1.2.6: Եթե $G = (V, E)$երկկողմանի գրաֆում V_1 բազմությանը պատկանող յուրաքանչյուր գագաթ միացված է V_2 բազմությանը պատկանող յուրաքանչյուր գագաթի, ապա G գրաֆը կանվանենք լրիվ երկկողմանի գրաֆ: Եթե այդ դեպքում $|V_1| = m$ և $|V_2| = n$, ապա կգրենք $G = K_{m,n}$:

Թեորեմ 1.2.2:Այն գրաֆների քանակը որոնց գագաթների բազմությունը $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$-ն է, հավասար է $2^{\binom{n}{2}}$:

Թեորեմ 1.2.3: Այն գրաֆների քանակը, որոնց գագաթների բազմությունը $V=\{v_1,\ldots, v_n\}$-ն է և որոնցում բոլոր գագաթների աստիճանները զույգ թվեր են, հավասար է $2^{\binom{n-1}{2}}$

Դիցուք G-ն և H -ը գրաֆներ են:

Սահմանում 1.2.7: H գրաֆը կոչվում է G գրաֆի ենթագրաֆ եւ կգրենք $H \subseteq G$, եթե $V(H) \subseteq V\ (G)$ և $E\ (H) \subseteq E\ (G)$: Հակառակ դեպքում, կգրենք $H \subsetneq G$:

Սահմանում 1.2.8: H գրաֆը կոչվում է G գրաֆի կմախքային ենթագրաֆ, եթե $H \subseteq G$ և $V(H) = V(\mathrm{G})$:

Դիցուք $G = (V, E)$-ն գրաֆ է եւ $S \subseteq V(G)$:

Սահմանում 1.2.9: G գրաֆի $G[S]$ ենթագրաֆը կոչվում է S բազմությամբ ծնված ենթագրաֆ կամ ծնված ենթագրաֆ, եթ $V(G[S]) = S$ և $E(G[S])=\{uv; u, v \in S$ և $uv \in E(G)\}$:

Դիցուք $G = (V, E)$-ն գրաֆ է :

Սահմանում 1.2.10: G գրաֆի $u_0, u_1, \ldots, u_{k-1}, u_k$ գագաթներից և $e_1, \ldots e_k$ կողերից կազմված $u_0, e_1\ u_1, \ldots, u_{k-1}, e_k,\ u_k$ հաջորդականության կանվանենք k երկարությամբ u_0-ից u_k շրջանցում կամ k (u_0, u_k)-շրջանցում , եթե $e_j = u_{i-1}u_i$, երբ $1 \leq i \leq k$: Սահմանված (u_0, u_k)-շրջանցումը կրճատ կնշանակենք նրա գագաթների $u_0, u_1, \ldots, u_{k-1}, u_k$ հաջորդականությամբ, ենթադրելով, որ յուրաքանչյուր հաջորդ գագաթ հարևան է նախորդին:

Սահմանում 1.2.11: (u_0, u_k)-շրջանցումը կանվանենք փակ, եթե $u_0 = u_k$:

Սահմանում 1.2.12: G գրաֆի (u_0, u_k)-շրջանցումը կանվանենք u_0-ից u_k ճանապարհ կամ (u_0, u_k)-ճանապարհ, եթե $u_0\ u_1$-ը,..., $u_{k-1}u_k$-ն G գրաֆի զույգ առ զույգ տարբեր կողեր են: Եթե P -ն G գրաֆի ճանապարհ է, ապա $|\ P\ |$-ով կնշանակենք այդ ճանապարհի երկարությունը, այսինքն՝ այդ ճանապարհի մեջ առկա կողերի քանակը:

Սահմանում 1.2.13: G գրաֆի $((u_0, u_k)$-ճանապարհը կանվանենք պարզ (u_0, u_k)-ճանապարհ, եթե նրա մեջ մտնող բոլոր գագաթները զույգ առ զույգ տարբեր են:

Սահմանում 1.2.14: G գրաֆի (u_0, u_k)-ճանապարհը կանվանենք փակ ճանապարհ կամ ցիկլ, եթե այն փակ շրջանցում է, այսինքն՝ եթե $u_0 = u_k$:

Սահմանում 1.2.15: G գրաֆի ցիկլը կանվանենք պարզ, եթե նրանում կրկնվում են միայն առաջին եւ վերջին գագաթները:

Սահմանում 1.2.16: G գրաֆում u և v գագաթների միջեւ հեռավորությունը կսահմանենք որպես կարճագույն (u, v)-ճանապարհի երկարություն, եթե G գրաֆում գոյություն ունի առնվազն մեկ (u, v)-ճանապարհ, եւ $+\infty$՝ հակառակ դեպքում: G գրաֆում u և v գագաթների միջեւ հեռավորությունը կնշանակենք $d_G(u, v)$-ով կամ $d(u, v)$-ով:

1. G գրաֆի ցանկացած u և v գագաթների համար $d_G(u, v) \geq 0$, և $d_G(u, v) = 0$ այն և միայն այն դեպքում, երբ $u = v$;

2. G գրաֆի ցանկացած u և v գագաթների համար$d_G(u, v) = d_G(u, v)$;

3. G գրաֆի ցանկացած u, v և w գագաթների համար և $d_G(u, v) \leq d_G(u, w) + d_G(w, v)$

Լեմմա1.2.1: Ենթադրենք, որ G գրաֆում u -ն և v -ն իրարից տարբեր երկու գագաթներ են: Այդ դեպքում ցանկացած (u, v)- շրջանցումից կարելի է առանձնացնել պարզ (u, v) – ճանապարհ:

Լեմմա 1.2.2: G գրաֆի ցանկացած կենտ երկարություն ունեցող փակ շրջանցումից կարելի է առանձնացնել կենտ երկարություն ունեցող պարզ ցիկլ:

§ 1.3. Կապակցվածության բաղադրիչներ և կապակցված գրաֆներ, Երկկողմանի գրաֆներ, Ծառեր

Դիցուք $G = (V, E)$-ն գրաֆ է:

Սահմանում 1.3.1: G գրաֆը կանվանենք կապակցված, եթե նրա ցանկացած երկու u և v գագաթների համար G գրաֆում գոյություն ունի (u, v)-ճանապարհ:

Նշենք, որ կապակցված գրաֆի օրինակներ են հանդիսանում լրիվ և լրիվ երկկողմանի գրաֆները:

Եթե $G = (V, E)$-ն ցանկացած կրաֆ է, ապա դիտարկենք V բազմության վրա սահմանված α բինար հարաբերությունը, որտեղ ցանկացած $u, v \in V$ համար $u\alpha v$ այն և միայն այն դեպքում, երբ G գրաֆում գոյություն ունի (u, v)- ճանապարհ:

Նկատենք, որ α բինար հարաբերությունը բավարարում է հետեւյալ երեք պայմաններին.

1. ռեֆլեքսիվություն, այսինքն ցանկացած $v \in V$ համար $u\alpha v$,

2.սիմետրիկություն, այսինքն ցանկացած $u, v \in V$ համար, եթե $u\alpha v$, ապա $v\alpha u$,

3.տրանզիտիվություն, այսինքն ցանկացած $u, v, w \in V$ համար, եթե $u\alpha v$ և $v\alpha w$ ապա $u\alpha w$:

Դիտարկենք G գրաֆի $G_j = G[V_j]$ ենթագրաֆները, $1 \leq j \leq p$: G գրաֆի $G_1, \dots, G_p$ ենթագրաֆներն ընդունված է անվանել G գրաֆի կապակցվածություն կամ կապակցված բաղադրիչներ

Դիտողություն1.3.1: G գրաֆը կապակցված է այն և միայն այն դեպքում, երբ այն ունի կապակցվածության մեկ բաղադրիչ:

Դիտողություն 1.3.2: Կամայական G գրաֆում գոյություն ունի ամենաերկար ճանապարհ:

Եթե $G = (V, E)$-ն կապակցված (n, m)-գրաֆ է, ապա $cyc(G) = m - n + 1$ թիվը կանվանենք G գրաֆի ցիկլոմատիկ թիվ: Ստորև կապացուցենք կապակցված գրաֆների ցիկլոմատիկ թվին առնչվող մեկ թեորեմ:

Թեորեմ 1.3.1: Կապակցված $G = (V, E)$ գրաֆի համար $cyc(G) \geq 0$: Ավելին,

1. $cyc(G) = 0$ այն և միայն այն դեպքում, երբ G գրաֆում ցիկլ չկա,

2. $cyc(G) = 1$ այն և միայն այն դեպքում, երբ G գրաֆում կա ճիշտ մեկ ցիկլ:

$G = (V, E)$ գրաֆն անվանեցինք երկկողմանի, եթե V բազմությունը հնարավոր է տրոհել երկու ենթաբազմությունների V_1 և V_2-ի այնպես, որ G գրաֆի ցանկացած կող կից է մեկ գագաթի V_1 -ից և մեկ գագաթիV_2-ից:

Թեորեմ 1.3.2(Դ. Քյոնիգ): Որպեսզի $G = (V, E)$ գրաֆը լինի երկկողմանի, անհրաժեշտ է և բավարար, որ այն չպարունակի կենտ երկարություն ունեցող պարզ ցիկլ:

Ապացույց: Նախ նկատենք, որ կենտ երկարություն ունեցող պարզ ցիկլը երկկողմանի չէ, հետեւաբար, ցանկացած գրաֆ, որը պարունակում է կենտ երկարություն ունեցող պարզ ցիկլ չի կարող լինել երկկողմանի: Սա նշանակում է, որ եթե գրաֆը երկկողմանի է, ապա նրա բոլոր պարզ ցիկլերն ունեն զույգ երկարություն:

Դիցուք G-ն գրաֆ է: G գրաֆի կցության $B(\mathrm{G})$ մատրիցը կանվանենք տոտալ ունիմոդուլյար մատրից, եթե այդ մատրիցի յուրաքանչյուր քառակուսային ենթամատրիցի որոշիչը հավասար է 0, 1 կամ – 1-ի: Այժմ տանք երկկողմանի գրաֆների մեկ այլ նկարագրում:

Թեորեմ 1.3.3: Որպեսզի $G = (V, E)$գրաֆը լինի երկկողմանի, անհրաժեշտ է և բավարար, որ նրա կցության $B(\mathrm{G})$ մատրիցը լինի տոտալ ունիմոդուլյար:

Թեորեմ 1.3.4: (Պ. Էրդյոշ): Կամայական G գրաֆ պարունակում է կմախքային երկկողմանի H ենթագրաֆ, որում$|E(H)| \geq \frac{|E(G)|}{2}$:

Սահմանում 1.3.2: Ցիկլ չպարունակող կապակցված գրաֆը կանվանենք ծառ:

Սահմանում 1.3.3: Ցիկլ չպարունակող գրաֆը կանվանենք անտառ:

Նկատենք, որ անտառն այնպիսի գրաֆ է, որի կապակցվածության բոլոր բաղադրիչներն իրենցից ներկայացնում են ծառեր: Ավելին, կամայական անտառ երկկողմանի գրաֆ է:

Թեորեմ 1.3.4: $G = (V, E)$ (n, m) -գրաֆի համար հետեւյալ պայմանները իրար համարժեք են.

1. G -ն ծառ է,

2. G գրաֆում ցանկացած երկու գագաթ միացված են ճիշտ մեկ ճանապարհով,

3. G -ն կապակցված է և $m = n - 1$,

4. G -ն չունի ցիկլ և $m = n - 1$,

5. G -ն չունի ցիկլ և G -ի ցանկացած երկու ոչ հարևան u և v գագաթների համար $G+uv$ գրաֆն ունի ճիշտ մեկ ցիկլ:

Ապացույց: Նախ ցույց տանք, որ (1)-ից հետևում է (2)-ը: Իրոք, դիցուք G -ն ծառ է: Այդ դեպքում, քանի որ G -ն կապակցված է, նրանում ցանկացած երկու գագաթ միացված են առնվազն մեկ ճանապարհով:

Հիմա ցույց տանք, որ (2)-ից հետևում է (3)-ը: Ենթադրենք, որ G -ում ցանկացած երկու գագաթ միացված են ճիշտ մեկ ճանապարհով: Նկատենք, որ այս պայմանից հետևում է, որ G -ն կապակցված է:

Հետևանք 1.3.1: Եթե $T = (V, E)$ ն ծառ է, որում $|V| \geq 2$, ապա T-ն պարունակում է առնվազն երկու կախված գագաթ:

Ապացույց 1: Համաձայն դիտողություն 1.3.2-ի, T ծառում գոյություն ունի ամենաերկար ճանապարհ: Նկատենք, որ քանի որ $|V| \geq 2$, ապա այդ ճանապարհի ծայրակետերը երկուսն են, ինչը դժվար չէ տեսնել, T ծառի կախված գագաթներ են:

Ապացույց 2: Քանի որ T -ն կապակցված է և $|V| \geq 2$, ապա նրանում ցանկացած գագաթի աստիճանն առնվազն մեկ է:

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E| = 2|V| - 2$$

որտեղից հետևում է, որ առնվազն երկու գագաթի աստիճան պետք է լինի մեկ:

Թեորեմ 1.3.5: Դիցուք T -ն ծառ է, որում $|E(T)| = k$, և $G = (V, E)$-ն գրաֆ է, որում $\delta(G) \geq k$: Այդ դեպքում G գրաֆը պարունակում է T ծառին իզոմորֆ ենթագրաֆ:

Թեորեմ 1.3.6 (Կելլի): $\{ 1,2, \dots, n \}$ բազմությունը որպես գագաթների բազմություն ունեցող ծառերի քանակը հավասար է n^{n-2}:

Թեորեմ 1.3.7: Եթե G -ն կապակցված գրաֆ է, ապա այն պարունակում է կմախքային ծառ (ծառ հանդիսացող կմախքային ենթագրաֆ):

Թեորեմ 1.3.8 (Կիրխհոֆ): Ցանկացած կապակցված G գրաֆի համար նրա լապլասյանի բոլոր հանրահաշվական լրացումները իրար հավասար են և նրանց ընդհանուր արժեքը հավասար է G գրաֆի կմախքային ծառերի քանակին:

ԳԼՈՒԽ 2. Հոսքերի Տեսություն

§ 2.1. Ցանցեր և Հոսքեր

Ցանցը կարելի է պատկերացնել որպես մի համակարգ, որտեղ որոշակի արտադրանք տեղափոխվում է մի կետից մյուսը համակարգի միջոցով: Այդ արտադրանքը կարող են լինել էլեկտրականությունը, բնական գազը, նավթը կամ այլ տարբեր ապրանքներ: Օրինակ կարող է ծառայել նավթամուղների համակարգը, որտեղ նավթը հոսում է համակարգի տարբեր կետերի միջև, և մեր տերմինաբանությունը համահունչ կլինի այս հայեցակարգին:

Օգտագործելով այս գաղափարը՝ մենք կարող ենք ցանցը դիտարկել որպես կողմնորոշված գրաֆ, որտեղ կողերը (edges) համակարգի կետերի՝ գագաթների (vertices) միջև եղած նավթախողովակներն են: Յուրաքանչյուր $e = (v_i, v_j)$ կողի հետ կապված է մի դրական ամբողջ թիվ՝ $c(e)$, որը կոչվում է e կողի թողունակություն (capacity): Եթե երկու գագաթների միջև կող չկա, ապա թողունակությունը համարում ենք զրո: Նավթային ցանցերի մեր օրինակում թողունակությունը կարող է կապված լինել նավթի այն քանակի հետ, որը կարող է անցնել խողովակով (կողով):

Նախքան ցանցը սահմանելը, մենք սահմանափակում ենք կողմնորոշված գրաֆի մեր սահմանումը.

1.Մենք չենք թույլատրում օղակներ (loops), քանի որ մեզ հետաքրքրում է արտադրանքի տեղափոխումը միայն տարբեր կետերի միջև:

2.Բացի այդ, եթե կա կող v_i -ից դեպի v_j, ապա v_j-ից դեպի v_iկող չկա: Այսպիսով, մենք դիտարկում ենք արտադրանքի հոսքը միայն մեկ ուղղությամբ:

3.Մենք նաև պահանջում ենք, որ կողմնորոշված գրաֆը լինի կապակցված, քանի որ եթե a-ից z ճանապարհ կա, մեզ հետաքրքրում է միայն a-ն և z-ը պարունակող բաղադրիչը: Եթե a-ի և z-ի միջև ճանապարհ չկա, ապա որոշելու ոչինչ չկա:

Այս սահմանափակումներով կողմնորոշված գրաֆը հաճախ անվանում են պարզ կապակցված կողմնորոշված գրաֆ: Մենք այն պարզապես կանվանենք կողմնորոշված

գրաֆ՝ ենթադրելով, որ այն ունի այս սահմանափակումները:Մենք կունենանք նաև մի հատուկ գագաթ a, որը կոչվում է աղբյուր (source), և մեկ այլ հատուկ գագաթ z, որը կոչվում է ընդունիչ կամ հորան (sink):

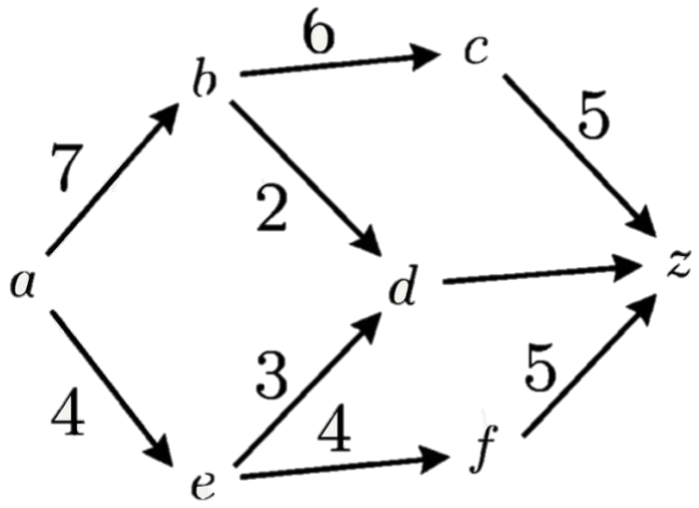
1.a գագաթի մուտքի աստիճանը 0 է, այնպես որ աղբյուրի մեջ ոչինչ չի հոսում:

2.z գագաթի ելքի աստիճանը 0 է, այնպես որ ընդունիչից ոչինչ դուրս չի հոսում:

Այսպիսով, արտադրանքը առաքվում է a-ից և ունի z նպատակակետը: Ավելի ճշգրիտ, մենք սահմանում ենք ցանցը հետևյալ կերպ.

Սահմանում 2.1.1:Ցանցը իրենից ներկայացնում է կողմորոշված գրաֆ (G, V, E)՝

C: E -> N կշռային ֆունկցիայի և առանձնացված a, z գագաթների հետ միասին այնպես, որ՝1. indeg(a) = 0 (մուտքի աստիճանը 0 է), 2. outdeg(z) = 0 (ելքի աստիճանը 0 է)



ՆԿ. 2.1.1.

Օրինակ՝ նկարի 2.1.1.-ի գրաֆը ցանցի օրինակ է, որտեղ յուրաքանչյուր կողի վրայի թիվը դրա թողունակությունն է:

Այս ցանցի մեջ, որը մենք պատկերացնում ենք որպես նավթամուղ, ներմուծում ենք հոսքի (flow) գաղափարը: Մենք կարող ենք սա դիտարկել որպես նավթի այն քանակը, որն անցնում է խողովակաշարի խողովակներով: Այսպիսով, յուրաքանչյուր e կողի համար

ունենք f(e) արժեքը, որը տվյալ կողով կամ խողովակով անցնող հոսքն է: Ակնհայտ է, որ խողովակով անցնող հոսքը չի կարող գերազանցել խողովակի թողունակությունը: Մենք նաև պահանջում ենք, որ (բացառությամբ a և z գագաթների) գագաթ մտնող հոսքը հավասար լինի գագաթից դուրս եկող հոսքին: Սա կոչվում է հոսքի պահպանման օրենք:

Թող in(v)-ն լինի այն կողերի բազմությունը, որոնց համար v-ն վերջնակետ է, իսկ out(v)-ն՝ այն կողերի բազմությունը, որոնց համար v-ն սկզբնակետ է: Այսպիսով, out(v)-ն v-ից դուրս եկող կողերի բազմությունն է, իսկ in(v)-ն՝ v մտնող կողերի բազմությունը: Հետևաբար, ունենք հետևյալ սահմանումը.

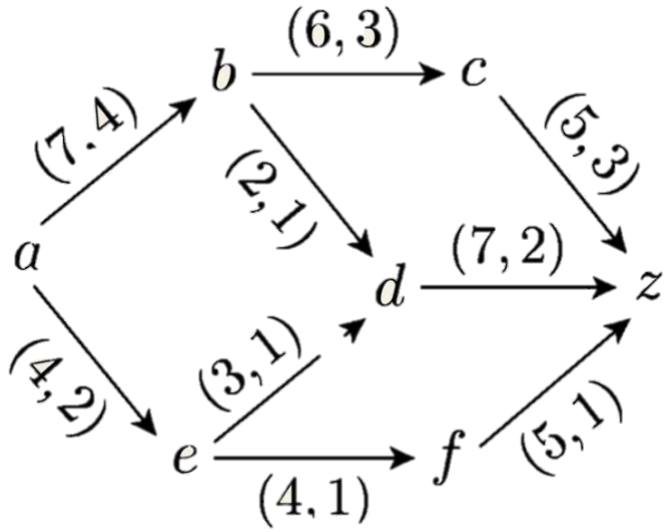
Սահմանում 2.1.2:Ցանցում հոսքը f: E -> N U {0} ֆունկցիա է այնպես, որ՝

1. բոլոր e ∈ E կողերի համար՝ 0 ≤f(e) ≤c(e)

2. բոլոր v ∈ V գագաթների համար, որտեղ v ≠ a, z՝

$\sum_{e\in in(v)} f(e)$= $\sum_{e\in out(v)} f(e)$ Ենթադրենք, ունենք ֆիքսված հոսք: Թող

flow(a) = $\sum_{e\in out(v)} f(e)$որտեղ flow(a)-ն a աղբյուր-գագաթից դուրս եկող հոսքն է: Թող $\sum_{e\in in(v)} f(e)$, որտեղ flow(z)-ն z ընդունիչ-գագաթ մտնող հոսքն է:



ՆԿ. 2.1.2.

Նկար 2.1.2.-ը ցանցի հոսքի օրինակ է, որտեղ յուրաքանչյուր կողի վրա պատկերված կարգավորված զույգի առաջին տարրը թողունակությունն է, իսկ երկրորդը՝ հոսքը:

Յուրաքանչյուր կողի վրա հոսքը փոքր է թողունակությունից: Նկատեք, օրինակ, որ b գագաթում հոսքը դեպի b կազմում է 4, և հոսքը b-ից դուրս կազմում է 4: Այսպիսով, դրանք նույնն են, և մենք ունենք հոսքի պահպանում b կետում: Սա ճիշտ է նաև բոլոր մյուս գագաթների համար՝ բացառությամբ a-ի և z-ի: Մենք ցանկանում ենք օգտագործել հոսքի պահպանումը՝ ապացուցելու մի բան, որը բնազդաբար (ինտուիտիվ) ակնհայտ է թվում: Հոսքը a-ից դուրս հավասար է հոսքին դեպի z, այսինքն՝ flow(a) = flow(z), որը մենք ստորև շարադրում ենք որպես թեորեմ:

Նախ դիտարկենք մի կոնկրետ ցանց:

Նկատեք, որ նկար 2.1.2-ում flow(a) = flow(z) = 6: Թող S-ը լինի գագաթների {b, c, d} բազմությունը, իսկ T = V - S-ը լինի գագաթների {a, f, z} բազմությունը: Եթե մենք գումարենք հոսքը դեպի S, մենք հետևյալ աղյուսակից տեսնում ենք, որ 9-ը՝ դուրս եկող հոսքը, հանած 9-ը՝ մտնող հոսքը, հավասար է 0-ի:

Աղյուսակ 2.1.1.

vertex	flow in	edge	flow	edge
b	4	(a, b)	3	(b, c)
			1	(b, d)
c	3	(b, c)	3	(c, z)
d	1	(e, d)	2	(d, z)
	1	(b, d)		
sum	9		9	

Եթե մենք a-ն ավելացնենք S-ին, ապա կստանանք, որ 15-ը՝ դուրս եկող հոսքը, հանած 9-ը՝ մտնող հոսքը, հավասար է 6 = flow(a)

Աղյուսակ 2.1.2.

vertex	flow in	edge	flow out	edge
b	4	(a, b)	3	(b, c)
			1	(b, d)
c	3	(b, c)	3	(c, z)
d	1	(e, d)	2	(d, z)
	1	(b, d)		
a	0		4	(a, b)
			2	(a, e)
sum	9		15	

Նկատեք, որ (a, b), (b, c) և (b, d) կողերը հայտնվում են և՛ «մտնող հոսքի», և՛ «դուրս եկող հոսքի» սյունակներում: Դա այն պատճառով է, որ յուրաքանչյուր կողի երկու գագաթներն էլ գտնվում են S-ի մեջ: Այս կողերը հանման ժամանակ փոխադարձաբար ոչնչացնում (կրճատում) են միմյանց, ուստի, եթե մենք դրանք հեռացնենք երկու կողմերից, կունենանք՝

Աղյուսակ 2.1.3.

vertex	flow in	edge	flow out	edge
b				
c			3	(c, z)
d	1	(e, d)	2	(d, z)
a	0			
			2	(a, e)
sum	1		7	

Այսպիսով, կրկին՝ դուրս եկող հոսքը հանած մտնող հոսքը հավասար է 6-ի: Բայց քանի որ մենք բացառել ենք այն կողերը, որոնց երկու գագաթներն էլ S-ի մեջ են, դուրս եկող հոսքը S-ից դեպի T գնացող կողերի հոսքերի գումարն է, իսկ մտնող հոսքը՝ T-ից դեպի S գնացող կողերի հոսքերի գումարն է: Մենք կքննարկենք այս նույն հասկացությունները հաջորդ թեորեմում:

Թեորեմ 2.1.1:Ցանկացած ֆիքսված f հոսքի համար՝

$$\text{flow(a)} = \sum_{e \in out(a)} f(e) = \sum_{e \in in(z)} f(e) = \text{flow(z)}$$

ԱՊԱՑՈՒՅՑ:Թող S-ը լինի V-ի ենթաբազմություն, որը պարունակում է a-ն, բայց ոչ z-ը, և T = V - S: Հոսքի պահպանման օրենքից մենք գիտենք, որ v ≠ a, z դեպքում՝ $\sum_{e\in in(v)} f(e)$= $\sum_{e\in out(v)} f(e)$

Հետևաբար, գումարելով S - {a} բազմության գագաթների համար, կունենանք՝ $\sum_{v\in S-\{a\}}\sum_{e\in in(v)} f(e)$=$\sum_{v\in S-\{a\}}\sum_{e\in out(v)} f(e)$

Հետևաբար, եթե մենք ներառենք նաև a-ն, կունենանք՝

$\sum_{v\in S}\sum_{e\in out(v)} f(e)$- $\sum_{v\in S}\sum_{e\in in(v)} f(e)$=$\sum_{e\in out(v)} f(e)$

Թող (S, T)-ն նշանակի S-ից դեպի T գնացող բոլոր կողերի բազմությունը, այսինքն՝ (S, T) = {e : e- S-, T -}Նմանապես, թող (T, S)-ը նշանակի T-ից դեպի S բոլոր կողերի բազմությունը: Կրկին դիտարկենք՝ $\sum_{v\in S}\sum_{e\in out(v)} f(e)$- $\sum_{v\in S}\sum_{e\in in(v)} f(e)$

Եթե e կողն ունի և՛ սկզբնակետը, և՛ վերջնակետը S-ում, ապա e-ն հայտնվում է երկու գումարներում էլ և, հետևաբար, կրճատվում է: Եթե մենք դրանք կրճատենք, ձախ կողմում կունենանք միայն այն կողերը, որոնք գնում են S-ից T, իսկ աջ կողմում՝ միայն այն կողերը, որոնք գնում են T-ից S: Այսպիսով, մենք ունենք՝

$\sum_{v\in S}\sum_{e\in out(v)} f(e)$- $\sum_{v\in S}\sum_{e\in in(v)} f(e)$= $\sum_{e\in(S,T)} f(e)$-$\sum_{e\in(T,S)} f(e)$

$\sum_{e\in(S,T)} f(e)$-$\sum_{e\in(T,S)} f(e)$= $\sum_{e\in out(a)} f(e)$

Թեորեմն ապացուցելիս մենք ապացուցեցինք նաև հետևյալ հետևանքը. տրված ցանկացած S գագաթների բազմության համար, որը պարունակում է a-ն, բայց ոչ z-ը, S-ից դուրս եկող հոսքի և S մտնող հոսքի տարբերությունը հավասար է flow(a)-ին: Այժմ թող S = V - {z}, այնպես որ T = {z}: Այդ դեպքում $\sum_{e\in(S,T)} f(e)$-ն պարզապես դեպի z մտնող հոսքն է, այսինքն՝$\sum_{e\in(S,T)} f(e)$=$\sum_{e\in in(z)} f(e)$= flow(z)

Իսկ $\sum_{e\in(S,T)} f(e)$= 0, քանի որ դա z-ից դուրս եկող հոսքն է: Հետևաբար

$\sum_{e\in(S,T)} f(e)$-$\sum_{e\in(T,S)} f(e)$= $\sum_{e\in in(z)} f(e)$= flow(z) և flow(a) = flow(z):

Հետևանք:Թող S-ը լինի V-ի ենթաբազմություն, որը պարունակում է a-ն, բայց ոչ z-ը, և T = V - S: Այդ դեպքում՝$\sum_{e\in(S,T)} f(e)$-$\sum_{e\in(T,S)} f(e)$ = flow(a) = flow(z):

Սահմանում 2.1.3:f հոսքի արժեքը, որը նշանակվում է val(f), հավասար է flow(a) = flow(z):

Սահմանում 2.1.4:Թող S-ը լինի V-ի ենթաբազմություն, իսկ T = V - S: Այդ դեպքում {e : e ∈(S, T)} բազմությունը կոչվում է կտրվածք (cut): Եթե a ∈ S և z ∈ T , ապա կտրվածքը կոչվում է a-z կտրվածք:

Սահմանում 2.1.5:Կտրվածքի թողունակությունը՝ C(S, T), հավասար է S-ից T գնացող բոլոր կողերի թողունակությունների գումարին:

Սահմանում 2.1.6:Ցանցի վրա f_i հոսքը կոչվում է մաքսիմալ հոսք, եթե val(f_i) ≥ val(f) ցանցի ցանկացած հնարավոր f հոսքի համար:

Սահմանում 2.1.7:a-z կտրվածքը (S, T) կոչվում է մինիմալ կտրվածք, եթե C(S, T)-ն փոքր է կամ հավասար ցանկացած այլ a-z կտրվածքի թողունակությունից:

Թեորեմ 2.1.2:Թող S-ը լինի V-ի ենթաբազմություն, որը պարունակում է a-ն, բայց ոչ z-ը, և T = V - S: Այդ դեպքում՝

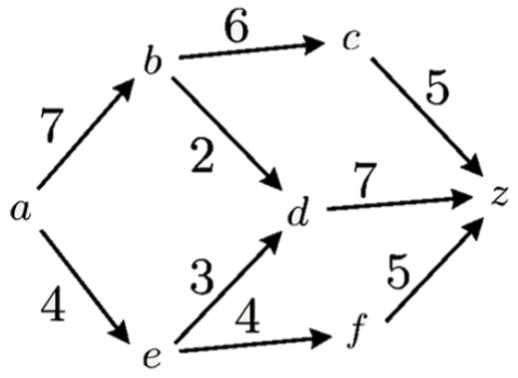
val(f) = $\sum_{e\in(S,T)} f(e)$-$\sum_{e\in(T,S)} f(e) \le \sum_{e\in(S,T)} f(e) \le \sum_{e\in(S,T)} c(e)$ = C(S,T)

Հետևյալ հետևանքները անմիջապես բխում են նախորդ թեորեմից

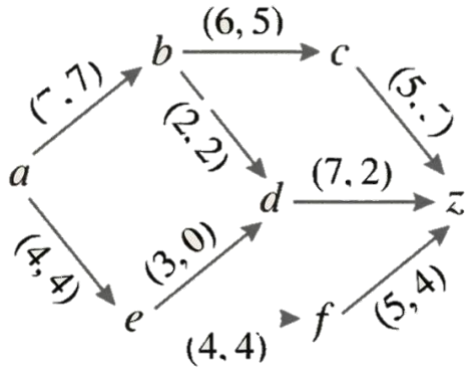
Հետևանք:Եթե val(f) = C(S, T) որևէ f հոսքի և (S, T) a-z կտրվածքի համար, ապա f-ը մաքսիմալ հոսք է, իսկ C-ն՝ մինիմալ կտրվածք:

Հետևանք: Որևէ f հոսքի և (S, T) a-z կտրվածքի համար val(f) = C(S, T) այն և միայն այն դեպքում, երբ f(e) = c(e) բոլոր e ∈(S, T) կողերի համար և f(e) = 0 բոլոր e ∈(T, S) կողերի համար:

Այժմ մենք ուղիներ ենք փնտրում ցանցի մաքսիմալ հոսքը գտնելու համար: Դիտարկենք նկար 2.1.3-ում պատկերված ցանցը: Մենք կարող ենք հեշտությամբ գտնել մաքսիմալ հոսք (այն պարտադիր չէ, որ լինի միակը), ինչպես ցույց է տրված նկար 2.1.4-ում:



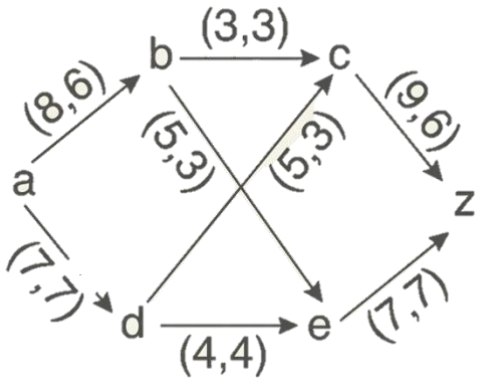
ՆԿ. 2.1.3.



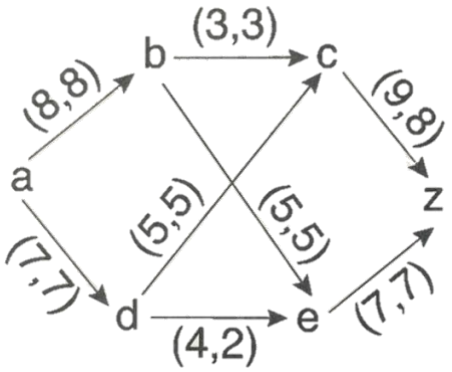
ՆԿ. 2.1.4.

Այս դեպքում մենք գիտենք, որ հոսքը մաքսիմալ է, քանի որ a-ից դուրս եկող հոսքը չի կարող գերազանցել a-ից դուրս եկող կողերի թողունակությունների գումարը:

Դիտարկենք նկար 2.1.5.-ում պատկերված ցանցը: Կարող է թվալ, թե այս ցանցն ունի մաքսիմալ հոսք, քանի որ չի երևում որևէ կողմնորոշված ճանապարհ, որով մենք կարող ենք անցնել և մեծացնել հոսքը: Այնուամենայնիվ, նկատեք, որ 6 նկարի ցանցն ունի ավելի մեծ հոսք և, փաստացի, մաքսիմալ հոսք:

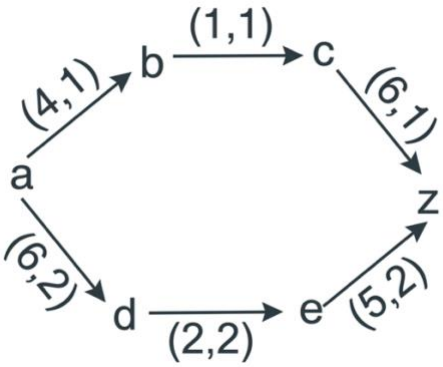


ՆԿ. 2.1.5.



ՆԿ. 2.1.6.

Խնդրում ենք նկատի ունենալ, որ եթե աղբյուրից դուրս եկող հոսքը հավասար է աղբյուրից դուրս եկող կողերի թողունակությունների գումարին, կամ եթե ընդունիչ մտնող հոսքը հավասար է ընդունիչ մտնող կողերի թողունակությունների գումարին, ապա հոսքը մաքսիմալ է: Այնուամենայնիվ, հոսքը կարող է լինել մաքսիմալ առանց այս պայմաններից որևէ մեկի տեղի ունենալու: Օրինակ՝ նկար 2.1.7-ի ցանցը մաքսիմալ հոսք է:



ՆԿ. 2.1.7.

Այսպիսով, ինչպե՞ս ենք մենք գտնում մաքսիմալ ցանցերը: Մենք դա անում ենք՝ կազմելով ճանապարհներ a-ից դեպի z՝ անտեսելով կողերի ուղղությունը: Մենք այդպիսի ճանապարհները կանվանենք շղթաներ (chains): Կրկին դիտարկենք նկար 2.1.5.-ում ցուցադրված հոսքով ցանցը: Այդպիսի ճանապարհներից մեկն է՝ a->b->c-> z:

Ակնհայտ է, որ այս ճանապարհով հոսքը մեծացնելու ձև չկա, քանի որ b-ից c կողը լցված է մինչև իր առավելագույն թողունակությունը: Նույնը ճիշտ է նաև հետևյալ շղթայի համար՝ a->b->e-> z:

Այնուամենայնիվ, դիտարկեք հետևյալ շղթան՝ a->b->e<-d->c->z: Որը մեծացնում է հոսքը 2-ով: Առաջին հարցը, որ մենք հավանաբար պետք է տանք, հետևյալն է. «Ինչո՞ւ ընտրել 2-ը»: Ակնհայտ է, որ մենք ցանկանում ենք հոսքը մեծացնել որքան հնարավոր է շատ: Այնուամենայնիվ, հոսքը չի կարող գերազանցել որևէ տրված կողի թողունակությունը: Սա մեզ սահմանափակում է 2-ով: Նաև, թեև այս անգամ դա խնդիր չէր, եթե կողն ուղղված է շղթայի հոսքին հակառակ, մենք չենք կարող նվազեցնել կողի հոսքն ավելի շատ, քան նրա ընթացիկ հոսքն է, այլապես այն կունենա բացասական հոսք: Այսպիսով, եթե այլ սահմանափակում չլիներ, ապա e <- d:

մեր հոսքի փոփոխությունը կսահմանափակեր 4-ով: Երկրորդ հարցը հավանաբար կլիներ. «Ի՞նչ է սա անում հոսքի պահպանման օրենքի հետ»: Պատասխանն այն է, որ հոսքի պահպանման օրենքը պահպանվում է: Դիտարկենք, օրինակ, փոփոխվող.

$$a^{(8,6)}\text{->}b^{(5,3)}\text{->}e$$

$$a^{(8,8)} \text{->} b^{(5,5)} \text{->} e$$

b-ից դուրս եկող հոսքը մեծանում է նույն չափով, որքան b մտնող հոսքը: Այսպիսով, b-ով անցնող զուտ (նետտո) հոսքը մնում է անփոփոխ: ...-ից անցման ժամանակ՝

$$b^{(5,3)} \text{->} e^{(4,4)} \text{<-} d$$

$$b^{(5,5)} \text{->} e^{(4,2)} \text{<-} d$$

b-ից e հոսքը մեծանում է նույն չափով, որքան նվազում է d-ից e հոսքը, այնպես որ e մտնող զուտ հոսքը մնում է անփոփոխ: Վերջապես, դիտարկենք անցումը

$$e^{(4,4)} \text{<-} d^{(5,3)} \text{->} c$$

$$e^{(4,2)} \text{<-} d^{(5,5)} \text{->} c$$

d-ից e հոսքը նվազում է նույն չափով, որքան աճում է d-ից c հոսքը: Այսպիսով, d-ից դուրս եկող զուտ հոսքը մնում է անփոփոխ:

Հոսքի մեծացման այս գործընթացը, որը կոչվում է հոսքի ուժեղացում (augmenting the flow), բավականին պարզ է: Կազմեք շղթա a-ից դեպի z: Եթե հնարավոր է, մեծացրեք հոսքը՝ գտնելով այն ամենամեծ քանակը, որը կարող ենք ավելացնել շղթայի հետ նույն ուղղությամբ գնացող յուրաքանչյուր կողին՝ առանց թողունակությունը գերազանցելու, և որը կարող ենք հանել հակառակ ուղղությամբ գնացող յուրաքանչյուր կողից՝ առանց բացասական հոսք ստեղծելու: Քանի որ դեպի z մտնող վերջնական կողն ուղղված է շղթայի հետ նույն ուղղությամբ, ապա դեպի z հոսքը մեծանում է: Նմանապես, a-ից դուրս եկող կողն ուղղված է փոփոխության հետ նույն ուղղությամբ, ուստի, ինչպես և սպասվում էր, a-ից դուրս եկող հոսքը մեծանում է: Դա սպասելի է, որովհետև flow(a) = flow(z): Քանի որ թողունակությունը վերջավոր է, և մենք հոսքը մեծացնում ենք ամբողջական թվերով, մենք ի վերջո հասնում ենք այն կետին, երբ այլևս չենք կարող ուժեղացնել հոսքը: Երբ դա տեղի է ունենում, մենք մաքսիմալացրել ենք հոսքը:

Մինչ այժմ մենք ցույց ենք տվել, թե ինչպես ուժեղացնել արդեն գոյություն ունեցող հոսքը: Ինչ-որ մեկը կարող է մտածել՝ արդյոք կա՞ տարբերակ սկսելու հենց սկզբից:

Պատասխանը բավականին պարզ է. պարզապես սկսեք այնպիսի հոսքից, որտեղ յուրաքանչյուր կողի հոսքը 0 է, և սկսեք ուժեղացնել:

Այժմ մենք ներկայացնում ենք համակարգված ալգորիթմ մաքսիմալ հոսք գտնելու համար: Յուրաքանչյուր գագաթի հետ մենք ունենք կարգավորված զույգ: Առաջինը գագաթի նախորդն է մեր շղթայում, որպեսզի կարողանանք գտնել մեր հետադարձ ճանապարհը: Երկրորդը պաշարն է (slack), կամ այն քանակը, որով ճանապարհի յուրաքանչյուր կող կարող է մեծանալ, եթե կողի կողմնորոշումը նույնն է, ինչ շղթայինը (որը մենք կանվանենք ճիշտ կողմնորոշված), կամ նվազել, եթե կողը ճիշտ կողմնորոշված չէ: Ավելի պարզ ասած, թեև պակաս ճշգրիտ, տրված գագաթի պաշարը այն ամենամեծ քանակն է, որով շղթայի երկայնքով հոսքը կարող է մեծանալ մինչև այդ գագաթը և դեռևս հոսք մնալ: Մենք նաև ունենք S բազմություն, որը բաղկացած է բոլոր այն գագաթներից, որոնք չեն օգտագործվել դեպի z շղթա գտնելու մեր փորձի մեջ: Եթե S-ը դատարկվում է նախքան մենք կհասնենք z-ին, ուրեմն մենք այլևս չունենք գագաթ, որը չենք ստուգել z-ին հասնելու մեր որոնման մեջ, հետևաբար չենք կարող հասնել z-ին, այլևս չկան ուժեղացումներ, և հոսքը մաքսիմալացված է:

§ 2.2. Ֆորդ-Ֆալկերսոն Մաքսիմալ Հոսքի Ալգորիթմ

1. Յուրաքանչյուր գագաթի նախորդը (predecessor) և պաշարը (slack) սահմանեք «—» (չպիտակավորված)։ Գագաթը համարվում է պիտակավորված, երբ պաշարն այլևս «—» նշանը չէ։ a գագաթի պաշարը սահմանեք ∞(անվերջություն), որպեսզի այն սահմանափակում չլինի այլ գագաթների պաշարների համար։ Սահմանեք S = {a}։

2. Եթե S-ը դատարկ է, հոսքը մաքսիմալացված է։ Եթե S-ը դատարկ չէ, ընտրեք մի տարր S-ից և հեռացրեք այն։ Նշանակեք այն v։

3. Եթե w-ն պիտակավորված չէ, (v, w)-ն կող է և f(v, w) < c(v, w), ապա w-ի պաշարը սահմանեք որպես c(v, w) - f(v, w) տարբերության և v-ի պաշարի նվազագույն արժեքը։ w-ի նախորդը սահմանեք v։ Եթե w ≠z, ավելացրեք w-ն S-ի մեջ։

4. Եթե w-ն պիտակավորված չէ, (w, v)-ն կող է և f(w, v) > 0, ապա w-ի պաշարը սահմանեք որպես f(w, v)-ի և v-ի պաշարի նվազագույն արժեքը։ w-ի նախորդը սահմանեք v։ Ավելացրեք w-ն S-ի մեջ։

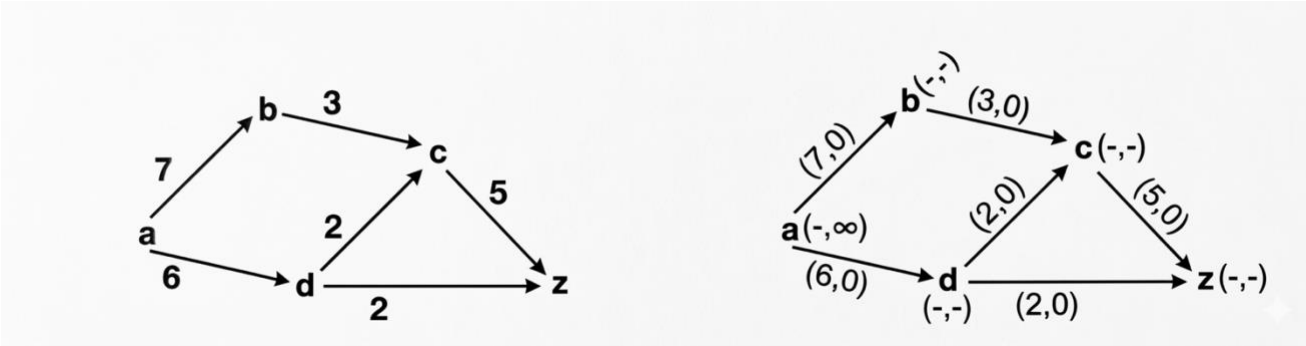
5. Եթե z-ը պիտակավորված է, օգտագործեք նախորդների (predecessor) ֆունկցիան a գագաթին վերադառնալու համար։ Շղթայի յուրաքանչյուր կողի համար ավելացրեք z-ի պաշարը ճիշտ կողմնորոշված կողերի հոսքին և հանեք z-ի պաշարը սխալ կողմնորոշված կողերի հոսքից։ Վերադարձեք քայլ 1-ին։

6. Վերադարձեք քայլ 2-ին։

Օրինակ (Նկար 2.2.1)

Մենք դեռ պետք է ապացուցենք, որ ալգորիթմն իսկապես տալիս է մաքսիմալ հոսք, բայց նախ տեսնենք՝ կարո՞ղ ենք հասկանալ, թե ինչ է տեղի ունենում։

Գտեք մաքսիմալ հոսքը նկար 2.2.1-ի ցանցի համար։1-ին քայլում մենք յուրաքանչյուր գագաթի նախորդը և պաշարը սահմանում ենք «—», a-ի պաշարը՝ ∞, և վերցնում ենք S = {a}։ Արդյունքում ստանում ենք նկար 2.2.1.(բ)-ում պատկերված ցանցը



ՆԿ. 2.2.1.(ա) ՆԿ. 2.2.1.(բ)

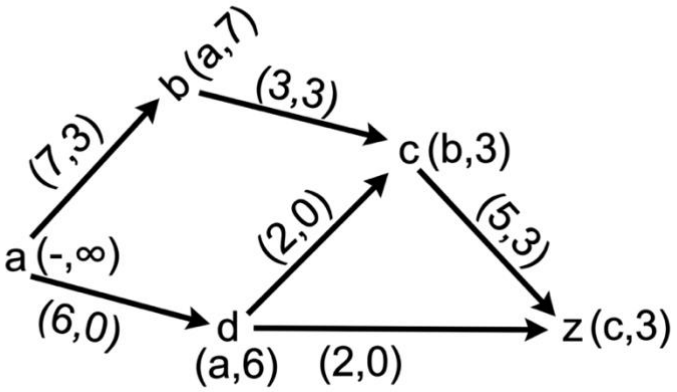
2-րդ քայլում մենք ստուգում ենք, որ S-ը դատարկ չէ և S-ից ընտրում ենք a-ն: 3-րդ քայլում մենք b-ի պաշարը (slack) սահմանում ենք min(7, ∞) = 7 և b-ի նախորդը (predecessor) սահմանում ենք a: Մենք b-ն զետեղում ենք S-ի մեջ: Մենք նաև d-ի պաշարը սահմանում ենք min(6, ∞) = 6 և d-ի նախորդը սահմանում ենք a: Մենք d-ն զետեղում ենք S-ի մեջ: 4-րդ և 5-րդ քայլերը կիրառելի չեն, ուստի վերադառնում ենք 2-րդ քայլին:

Մենք ստուգում ենք, որ S-ը դատարկ չէ, և ապա S-ից ընտրում ենք մի գագաթ, ասենք՝ b-ն: S բազմությունն այժմ պարունակում է միայն d-ն: 3-րդ քայլում մենք c-ի պաշարը սահմանում ենք min(3, 7) = 3 և c-ի նախորդը սահմանում ենք b: Մենք c-ն զետեղում ենք S-ի մեջ, այնպես որ S = {c, d}: Կրկին 4-րդ և 5-րդ քայլերը կիրառելի չեն, ուստի վերադառնում ենք 2-րդ քայլին:

Մենք ստուգում ենք, որ S-ը դատարկ չէ, և ապա S-ից ընտրում ենք մի գագաթ, ասենք՝ c-ն: S բազմությունը կրկին պարունակում է միայն d-ն: 3-րդ քայլում մենք z-ի պաշարը սահմանում ենք min(3, 5) = 3 և z-ի նախորդը սահմանում ենք c: Մենք z-ին չենք զետեղում S-ի մեջ: 4-րդ քայլում մենք կպիտակավորեինք d-ն, բայց այն արդեն պիտակավորված է:

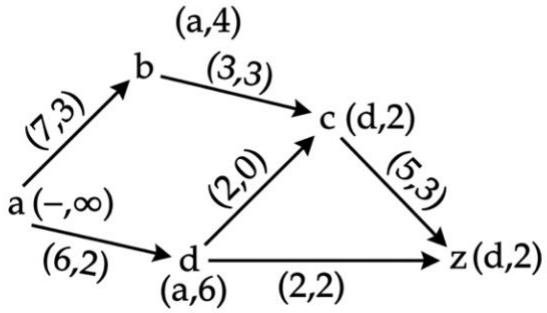
5-րդ քայլում տեսնում ենք, որ z-ը պիտակավորված է, և, օգտագործելով նախորդների ֆունկցիան, պարզում ենք, որ ունենք հետևյալ շղթան՝ $a^{(7,0)}$->$b^{(3,0)}$-> $c^{(5,0)}$->z:Եվ ավելացնելով 3-ը՝ z-ի պաշարը (slack), յուրաքանչյուր կողի հոսքին, մենք ստանում ենք՝ $a^{(7,3)}$->$b^{(3,3)}$-> $c^{(5,3)}$>z:

Այն մեզ տալիս է նկար 2.2.3-ում պատկերված ցանցը:

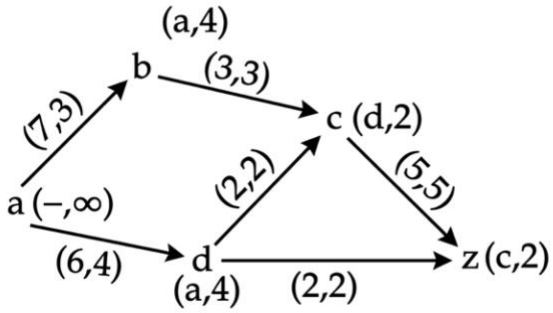


ՆԿ. 2.2.2.

Այժմ մենք վերադառնում ենք 1-ին քայլին, որտեղ կրկին վերակայում (reset) ենք պիտակներն ու նախորդները և սահմանում S = {a}: 2-րդ քայլում S-ից ընտրում ենք a-ն: 3-րդ քայլում b-ի պաշարը սահմանում ենք min(∞, 7 - 3) = 4 և b-ի նախորդը սահմանում ենք a: b-ն զետեղում ենք S-ի մեջ: Մենք նաև d-ի պաշարը սահմանում ենք 6 և d-ի նախորդը սահմանում ենք a: d-ն զետեղում ենք S-ի մեջ: 4-րդ և 5-րդ քայլերը կիրառելի չեն, ուստի վերադառնում ենք 2-րդ քայլին: S-ից ընտրում ենք b-ն: Քանի որ b-ից c հոսքը հավասար է b-ից c թողունակությանը, մենք չենք կարող պիտակավորել c-ն: Մենք ընտրում ենք d-ն S-ից և շարունակում ենք գործընթացը, այնպես որ ստանում ենք հետևյալ շղթան՝ $a^{(6,0)}$->$d^{(2,0)}$-> z Եվ ավելացնելով 2-ը՝ z-ի պաշարը (slack), յուրաքանչյուր կողի հոսքին, մենք ստանում ենք նկար 2.2.3.(ա)ն: Այժմ մենք վերադառնում ենք 1-ին քայլին և կրկնում ենք գործընթացը, մինչև կազմում ենք [նոր] շղթա, և ավելացնելով 2-ը՝ z-ի պաշարը (slack), յուրաքանչյուր կողի հոսքին, մենք ստանում ենք նկար 2.2.3(բ)-ն:

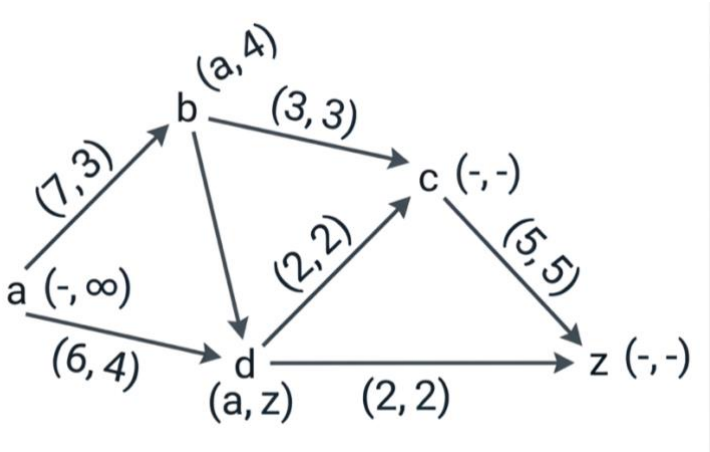


ՆԿ. 2.2.3.(ա)



ՆԿ. 2.2.3. (բ)

Այժմ մենք վերադառնում ենք 1-ին քայլին, որտեղ կրկին վերակայում (reset) ենք պիտակներն ու նախորդները և սահմանում S = {a}: 2-րդ քայլում S-ից ընտրում ենք a-ն: Ինչպես նախկինում, 3-րդ քայլում b-ի պաշարը (slack) սահմանում ենք 4 և b-ի նախորդը սահմանում ենք a: Մենք b-ն զետեղում ենք S-ի մեջ: Մենք նաև d-ի պաշարը սահմանում ենք 6 - 4 = 2 և d-ն զետեղում S-ի մեջ: Վերադառնում ենք 2-րդ քայլին: S-ից ընտրում ենք b-ն: Քանի որ b-ից c հոսքը հավասար է b-ից c թողունակությանը, մենք չենք կարող պիտակավորել c-ն, ուստի ի վերջո վերադառնում ենք 2-րդ քայլին: S-ից ընտրում ենք d-ն: Քանի որ d-ից թե՛ c, թե՛ z հոսքը հավասար է դրանց թողունակությանը, մենք չենք կարող պիտակավորել c-ն և z-ը: Մենք կրկին վերադառնում ենք 2-րդ քայլին, բայց S-ը դատարկ է, ուստի մենք ավարտել ենք: Վերջնական հոսքը պատկերված է նկար 2.2.4-ում:



ՆԿ. 2.2.4.

Թեորեմ 2.2.1: Մաքսիմալ հոսքի ալգորիթմը ցանցի համար ստեղծում է մաքսիմալ հոսք:

ԱՊԱՑՈՒՅՑ: Դիցուք S-ը բոլոր այն գագաթների բազմությունն է, որոնք պիտակավորվել են ալգորիթմի վերջին փուլի ժամանակ, իսկ T = V - S: S բազմությունը դատարկ չէ, քանի որ a ∈ S: Եթե e-ն կող է S-ից դեպի T, ասենք՝ e = (s, t), այնպես որ t-ն պիտակավորված չէ, ապա f(e) = c(e), քանի որ հակառակ դեպքում t-ն կարող էր պիտակավորվել: Եթե e-ն կող է T-ից դեպի S, ասենք՝ e = (t, s), այնպես որ t-ն պիտակավորված չէ, ապա f(e) = 0, քանի որ հակառակ դեպքում t-ն կարող էր պիտակավորվել: Հետևաբար, ըստ 16.11 և 16.12 հետևանքների, f-ը մաքսիմալ հոսք է, իսկ (S, T)-ն՝ նվազագույն կտրվածք:

16.12 հետևանքից մենք գիտենք, որ եթե val(f) = C(S, T) որոշակի f հոսքի և a-z կտրվածքի (S, T) համար, ապա f-ը մաքսիմալ հոսք է, իսկ C-ն՝ նվազագույն կտրվածք: Նախորդ ալգորիթմում մենք ցույց տվեցինք, թե ինչպես գտնել նվազագույն կտրվածք (S, T) այնպես, որ f-ը լինի մաքսիմալ հոսք՝ val(f) = C(S, T): Այս ամենը միավորելով՝ ստանում ենք հետևյալ թեորեմը.

Թեորեմ 2.2.2: Տրված N ցանցում f հոսքը մաքսիմալ է այն և միայն այն դեպքում, եթե գոյություն ունի այնպիսի (S, T) կտրվածք, որ val(f) = C(S, T):

Նկատեք, որ S-ը բաղկացած է բոլոր այն գագաթներից, որոնք մենք կարող էինք պիտակավորել վերջին փուլում, այսինքն՝ S = {a, b, d} և T = {c, z}: օրինակ ՝ S = {a, b, c, d, e} և T = {z}:

ԳԼՈՒԽ 3: Լոգիստիկ ցանցի օպտիմալացման ծրագրային իրականացում

3.1 Լոգիստիկ ցանցերի մոդելավորման ընդհանուր մոտեցում

Ժամանակակից լոգիստիկ համակարգերը ներառում են մեծ թվով պահեստներ, բաշխման կենտրոններ և փոխադրական ուղիներ, որոնց միջոցով իրականացվում է ապրանքների տեղափոխումը արտադրողից դեպի վերջնական սպառող։ Նման համակարգերում հիմնական խնդիրներից մեկը տրանսպորտային հոսքերի արդյունավետ բաշխումն է, որպեսզի հնարավոր լինի առավելագույն արդյունավետությամբ օգտագործել առկա ենթակառուցվածքները։

Լոգիստիկ համակարգերի վերլուծության և օպտիմալացման համար լայնորեն կիրառվում են գրաֆների տեսության մեթոդները։ Այս մոտեցումը հնարավորություն է տալիս իրական տրանսպորտային համակարգը ներկայացնել մաթեմատիկական մոդելի տեսքով և կիրառել համապատասխան ալգորիթմներ՝ օպտիմալ լուծումներ ստանալու համար։

Լոգիստիկ համակարգը կարելի է ներկայացնել ուղղորդված ցանցի միջոցով, որտեղ

1.հանգույցները ներկայացնում են պահեստներ կամ բաշխման կենտրոններ,

2.կողերը ներկայացնում են տրանսպորտային ուղիներ,

3.յուրաքանչյուր ուղի ունի որոշակի թողունակություն։

Այս մոդելի միջոցով հնարավոր է ուսումնասիրել բեռների շարժը ցանցում և որոշել առավելագույն բեռնափոխադրման ծավալը աղբյուրից դեպի վերջնական սպառման կետ։

Առավելագույն հոսքի հաշվարկի համար կիրառվում է Ֆորդ-Ֆուլկերսոնի մեթոդը, որի տեսական հիմքերը ներկայացված են աշխատանքի երկրորդ գլխում։ Տվյալ ալգորիթմը թույլ է տալիս փուլային կերպով ավելացնել հոսքը ցանցում՝ մինչև այն հասնի հնարավոր

առավելագույն արժեքին։ Այս աշխատանքում լոգիստիկ ցանցի օպտիմալացումը դիտարկվում է ոչ միայն թողունակության առավելագույն օգտագործման, այլև տրանսպորտային ծախսերի նվազեցման տեսանկյունից։ Դրա համար կիրառվում է նվազագույն արժեքով առավելագույն հոսքի (Min-Cost Max-Flow) մոդելը

3.2 Ծրագրային իրականացման ընդհանուր կառուցվածքը

Լոգիստիկ ցանցի մոդելավորման և վերլուծության համար ստեղծվել է ծրագիր Python ծրագրավորման լեզվով։ Ծրագիրը նախատեսված է լոգիստիկ համակարգի կառուցվածքը մուտքագրելու, առավելագույն հոսքը նվազագույն տրանսպորտային արժեքով հաշվարկելու և ստացված արդյունքները գրաֆիկական տեսքով ներկայացնելու համար։Ծրագրի հիմքում օգտագործվում է **NetworkX** գրադարանը, որը նախատեսված է գրաֆների կառուցման և վերլուծության համար, ինչպես նաև **Matplotlib** գրադարանը՝ ցանցի վիզուալիզացիայի համար։

Ծրագրի հիմնական փուլերն են.

1. լոգիստիկ ցանցի կառուցում,
2. ճանապարհների թողունակությունների և արժեքների սահմանում,
3. աղբյուր և վերջնակետ հանգույցների ընտրություն,
4. առավելագույն հոսքի հաշվարկ նվազագույն տրանսպորտային արժեքով,
5. արդյունքների գրաֆիկական ներկայացում։

Այս կոդը լուծում է լոգիստիկայի ամենակարևոր խնդիրներից մեկը՝ Min-Cost Max-Flow (նվազագույն ծախսով առավելագույն հոսք)։ Ահա հիմնական հատվածների պարզ բացատրությունը.Կոդն օգտագործում է nx.DiGraph() (ուղղորդված գրաֆ), որտեղ յուրաքանչյուր ճանապարհ ունի երկու հիմնական պարամետր.1. Թողունակություն. Առավելագույն քանակը (տոննա), որը կարելի է տեղափոխել այդ ճանապարհով։2.Արժեք. Մեկ միավորի (տոննայի) տեղափոխման գինը։

Օպտիմալացման ալգորիթմը:Ամենակարևոր ֆունկցիան nx.max_flow_min_cost(self.G, self.source, self.sink)-ն է: Այն միաժամանակ հաշվում է.

1. Ինչպե՞ս տեղափոխել **առավելագույն** հնարավոր քանակությամբ բեռ:
2. Ինչպե՞ս դա անել այնպես, որ **ընդհանուր ծախսը** լինի նվազագույնը:

Վիզուալիզացիա և Տրամաբանություն:Գրաֆիկի վրա տարբերակվում են ակտիվ և պասիվ ճանապարհները.

- Հոսքը / Թողունակություն : Ցույց է տալիս, թե ճանապարհը որքանով է ծանրաբեռնված (օրինակ՝ 10/10 նշանակում է՝ ճանապարհը լրիվ զբաղված է):
- Գունային տարբերակում: Այն ճանապարհները, որոնցով բեռ է անցնում, ներկվում են նարնջագույնով և հաստ գծերով, իսկ չօգտագործվողները մնում են բաց մոխրագույն և կետագծերով:

3.3 Օրինակային կիրառություն լոգիստիկ ընկերության համար

Ծրագրի աշխատանքի ցուցադրման նպատակով դիտարկվում է լոգիստիկ ցանց, որը մոդելավորում է բեռնափոխադրումներ իրականացնող ընկերության գործունեությունը: Պատկերացնենք, որ **“Armenia Logistics Group”** ընկերությունը ապրանքներ է տեղափոխում կենտրոնական պահեստից դեպի հյուսիսային բաշխման կենտրոն:

Սկզբնակետ (Source)՝ Yerevan

Վերջնակետ (Sink)՝ Gyumri

Միջանկյալ բաշխման կենտրոններ՝

1.Ashtarak

2.Artashat

3.Abovyan

4.Hrazdan

5.Sevan

6.Dilijan

7.Vanadzor

8.Spitak

Ճանապարհների քանակը՝ 13

1.Yerevan → Ashtarak → 20 Տոննա թողունակություն 3000 Դր/Տոննա արժեքով

2.Yerevan → Hrazdan → 15 Տոննա թողունակություն 5000 Դր/Տոննա արժեքով

3.Ashtarak → Aparan → 12 Տոննա թողունակություն 6000 Դր/Տոննա արժեքով

4.Ashtarak → Hrazdan → 8 Տոննա թողունակություն 5500 Դր/Տոննա արժեքով

5.Hrazdan → Sevan → 10 Տոննա թողունակություն 4000 Դր/Տոննա արժեքով

6.Aparan → Spitak → 10 Տոննա թողունակություն 8500 Դր/Տոննա արժեքով

7.Aparan → Hrazdan → 5 Տոննա թողունակություն 6500 Դր/Տոննա արժեքով

8. Hrazdan → Aparan → 5 Տոննա թողունակություն 6500 Դր/Տոննա արժեքով

9. Sevan → Dilijan → 8 Տոննա թողունակություն 7000 Դր/Տոննա արժեքով

10.Spitak → Vanadzor → 10 Տոննա թողունակություն 3000 Դր/Տոննա արժեքով

11. Spitak → Gyumri → 12 Տոննա թողունակություն 5000 Դր/Տոննա արժեքով

12.Dilijan → Vanadzor → 7 Տոննա թողունակություն 6000 Դր/Տոննա արժեքով

13. Vanadzor → Gyumri → 10 Տոննա թողունակություն 7500 Դր/Տոննա արժեքով

3.4 Արդյունքների վերլուծություն

Ծրագրի աշխատանքի արդյունքում ստացվել է լոգիստիկ ցանցում բեռնափոխադրումների առավելագույն հոսքի արժեքը: Հաշվարկները կատարվել են Python միջավայրում՝ կիրառելով գրաֆների վերլուծության համար նախատեսված NetworkX գրադարանը, որտեղ առավելագույն հոսքի հաշվարկը իրականացվում է Ֆորդ-Ֆուլկերսոնի մեթոդի հիման վրա:

Ստացված արդյունքների համաձայն՝ դիտարկվող լոգիստիկ համակարգում Երևան քաղաքից դեպի Գյումրի քաղաք հնարավոր է ապահովել օրական առավելագույնը 17 միավոր բեռի տեղափոխում: Այս արժեքը ցույց է տալիս համակարգի ընդհանուր թողունակությունը տվյալ պայմաններում և տվյալ ճանապարհների սահմանափակումների դեպքում:

Ալգորիթմի աշխատանքի արդյունքում պարզվում է, թե ցանցի որ ուղիներն են առավել արդյունավետ բեռնափոխադրումների կազմակերպման համար: Ստացված լուծման համաձայն՝ բեռների հիմական հոսքը իրականացվում է մի քանի հիմական ուղղություններով:

Առաջին և առավել արդյունավետ ուղղությունը հանդիսանում է հետևյալ ճանապարհը՝

Yerevan → Ashtarak → Aparan → Spitak → Gyumri

Այս ուղին ապահովում է մեծ բեռնափոխադրում, քանի որ տվյալ ճանապարհների թողունակությունները համեմատաբար բարձր են: Արդյունքում համակարգը առավելագույն չափով օգտագործում է այս ուղղությունը բեռների տեղափոխման համար:
Երկրորդ կարևոր ուղղությունը հանդիսանում է՝
Yerevan → Hrazdan → Sevan → Dilijan → Vanadzor →Gyumri
Այս ուղին ապահովում է լրացուցիչ բեռնափոխադրում և թույլ է տալիս բաշխել հոսքը մի քանի ճանապարհների միջև: Այդպիսի բաշխումը կարևոր է լոգիստիկ համակարգերի համար, քանի որ այն նվազեցնում է մեկ ճանապարհի գերծանրաբեռնվածության հավանականությունը:

Բացի այդ, ցանցում դիտարկվում են նաև այլ հնարավոր ուղիներ, օրինակ՝

Yerevan → Hrazdan → Aparan → Spitak → Gyumri

Սակայն տվյալ լուծման դեպքում այս ուղղությունը օգտագործվում է մասնակիորեն, քանի որ որոշ հատվածներում ճանապարհների թողունակությունները ավելի փոքր են, ինչը սահմանափակում է ընդհանուր հոսքի աճը։

Կատարված վերլուծությունը թույլ է տալիս նաև բացահայտել լոգիստիկ համակարգի այսպես կոչված նեղ տեղերը։ Նեղ տեղեր են համարվում այն ճանապարհները, որոնց թողունակությունը սահմանափակում է ամբողջ համակարգի ընդհանուր հոսքը։ Եթե տվյալ ճանապարհների թողունակությունը մեծացվի, ապա հնարավոր կլինի բարձրացնել ամբողջ ցանցի բեռնափոխադրումների ծավալը։

Օրինակ՝ տվյալ ցանցում կարևոր սահմանափակող դեր կարող են ունենալ հետևյալ հատվածները.

Vanadzor → Gyumri

Spitak → Gyumri

Այս ճանապարհների թողունակության մեծացումը կարող է հանգեցնել ընդհանուր լոգիստիկ համակարգի արտադրողականության աճին։

Վիզուալ ներկայացման միջոցով հնարավոր է նաև տեսնել, թե որ ճանապարհներն են ամբողջությամբ օգտագործվում, իսկ որոնք՝ ոչ։

Այսպիսի վերլուծությունը կարևոր գործիք է լոգիստիկ ընկերությունների համար, քանի որ այն հնարավորություն է տալիս

1.գնահատել առկա տրանսպորտային ենթակառուցվածքների արդյունավետությունը,

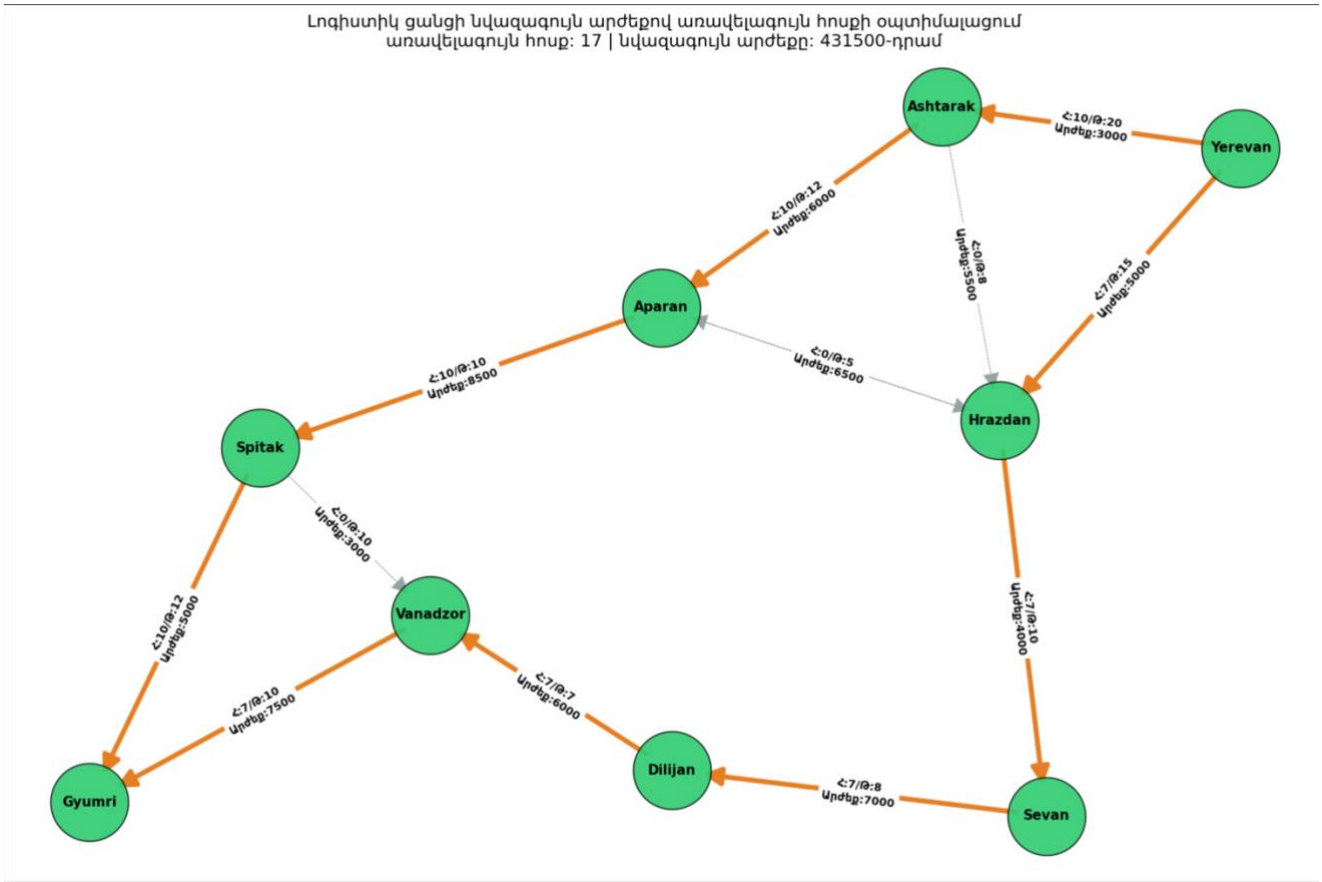
2.հայտնաբերել համակարգի թույլ հատվածները,

3.օպտիմալացնել բեռնափոխադրումների ուղիները,

4.պլանավորել ենթակառուցվածքների հետագա զարգացումը։

Այսպիսով, ներկայացված ծրագրային մոդելը թույլ է տալիս արդյունավետ կերպով վերլուծել լոգիստիկ ցանցերը և գնահատել դրանց աշխատանքի արդյունավետությունը տարբեր պայմաններում։

Կատարված հաշվարկների և ծրագրային իրականացման արդյունքում ստացվել է լոգիստիկ ցանցի օպտիմալացված մոդելը: Ստորև ներկայացված է առավելագույն հոսքի բաշխումը նվազագույն ծախսի պայմաններում (Min-Cost Max-Flow):



ՆԿ. 3.4.1.

Ինչպես տեսնում ենք ալգորիթմը հաշվարկել է առավելագույն 17 միավոր հոսքը, որի դեպքում ընդհանուր տրանսպորտային ծախսը կազմում է 431,500 դրամ:

Սույն աշխատանքի շրջանակներում մշակված լոգիստիկ համակարգի մոդելավորումը և ամբողջական ծրագրային կոդը իրականացվել են Python ծրագրավորման լեզվով: Նախագծի ելակետային կոդը և տեխնիկական փաստաթղթավորումը հասանելի են GitHub հարթակում՝ git@github.com:Narek12-02/Narek.git հղմամբ:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Կատարված ուսումնասիրությունների և «Ցանցային հոսքերի տեսությունը և դրա կիրառությունը լոգիստիկայում» թեմայով դիպլոմային աշխատանքի շրջանակներում իրականացված հաշվարկների արդյունքում կարելի է հանգել հետևյալ եզրակացություններին.

1. Տեսական հիմքերի վերլուծություն

Աշխատանքի առաջին փուլում իրականացված ցանցային հոսքերի տեսության վերլուծությունը ցույց տվեց, որ գրաֆների տեսության մոդելները հանդիսանում են լոգիստիկ համակարգերի օպտիմալացման հիմնարար գործիք։ Մասնավորապես, Ֆորդ-Ֆուլկերսոն ալգորիթմի և դրա մոդիֆիկացիաների ուսումնասիրությունը թույլ տվեց հասկանալ առավելագույն հոսքի որոշման մեխանիզմները, որոնք կենսական նշանակություն ունեն բեռնափոխադրումների պլանավորման համար։

2. Մոդելի մշակում և ալգորիթմական լուծումներ

Աշխատանքում ներկայացվել է լոգիստիկ ցանցի մաթեմատիկական մոդելը, որտեղ հաշվի են առնվել ոչ միայն ճանապարհների թողունակությունները, այլև տրանսպորտային ծախսերը։ Օգտագործելով Successive Shortest Path (SSP) ալգորիթմը՝ հաջողվել է լուծել նվազագույն արժեքով առավելագույն հոսքի (Min-Cost Max-Flow) խնդիրը։ Սա հնարավորություն է տվել դուրս գալ դասական առավելագույն հոսքի սահմաններից և խնդիրը դիտարկել տնտեսական արդյունավետության տեսանկյունից։

3. Ծրագրային իրականացում և վիզուալիզացիա

Python ծրագրավորման լեզվի և NetworkX ու Matplotlib գրադարանների կիրառմամբ ստեղծվել է ավտոմատացված համակարգ, որը թույլ է տալիս վիզուալիզացնել լոգիստիկ ցանցը և դրա դինամիկ փոփոխությունները։ Ծրագրային մոդելը փորձարկվել է ռեալիստիկ պարամետրերով օժտված ցանցի վրա (ներառյալ ՀՀ հիմնական լոգիստիկ հանգույցները՝ Yerevan, Gyumri, Ashtarak և այլն)։

4. Գործնական արդյունքներ և արդյունավետություն

Իրականացված փորձարկումների արդյունքում ստացվել են հետևյալ կոնկրետ ցուցանիշները.

• Որոշվել է ցանցի ընդհանուր թողունակությունը, որը կազմել է 17 միավոր (տոննա)։

• Հաշվարկվել է տվյալ հոսքի տեղափոխման նվազագույն հնարավոր ծախսը, որը կազմել է 431,500 դրամ։

• Բացահայտվել են ցանցի «թույլ օղակները» (bottlenecks), որոնք սահմանափակում են ընդհանուր հոսքի աճը։

5. Աշխատանքի նորույթը և կիրառական նշանակությունը

Այս դիպլոմային աշխատանքի հիմնական արժեքը կայանում է նրանում, որ մշակված մոդելը պայմանական չէ և կարող է ադապտացվել ցանկացած մասշտաբի լոգիստիկ ցանցի համար։ Այն հնարավորություն է տալիս.

• Օպտիմալացնել բեռնափոխադրումների ուղիները՝ նվազեցնելով ինքնարժեքը։

• Կատարել կանխատեսումներ ճանապարհային ենթակառուցվածքների փոփոխության դեպքում։

• Բարձրացնել տրանսպորտային ընկերությունների կառավարման որոշումների ճշգրտությունը։

Ամփոփում

Այսպիսով, դիպլոմային աշխատանքի առջև դրված նպատակները լիովին իրականացված են։ Տեսական հետազոտությունները և գործնական հաշվարկները հաստատեցին, որ ցանցային հոսքերի մաթեմատիկական մոդելավորումը հանդիսանում է ժամանակակից լոգիստիկայի զարգացման ամենահեռանկարային ուղղություններից մեկը։

ՏՆՏԵՍԱԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՏԻՏՂՈՍԱԹԵՐԹ

ՏՆՏԵՍԱԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՏԻՏՂՈՍԱԹԵՐԹ

ԳԼՈՒԽ 4. Լոգիստիկայում գրաֆների միջով հոսքերի տեսություն և կիրառման աշխատանքների ինքնարժեքի և գնի հաշվարկ

Ժամանակակից տնտեսական պայմաններում ցանկացած գործունեություն առնչվում է տնտեսական հարցերի հետ: Նոր տեխնիկայի, տեխնոլոգիական պրոցեսների, տեխնիկա-տնտեսական հիմավորման համար, մասնավորապես մեր աշխատանքի պայմաններում կարևորագույն տնտեսական հիմսահարցերից է ինքնարժեքի որոշումը:

Արտադրանքի կամ ծառայությունների ինքնարժեքը՝ դա արտադրանքի (ծառայությունների) արտադրության և իրացման վրա կատարված բոլոր ծախսերի գումարն է դրամական արտահայտությամբ:

Ինքնարժեքի մեջ իրենց արտահայտությունն են գտնում սպառված շրջանառու ֆոնդերը, կենդանի աշխատանքի մի մասը, որը աշխատողներին վճարում է աշխատավարձի ձևով:

Ինքնարժեքի մեջ մտնող ծախսերը դասակարգվում են ըստ տնտեսական տարերի և ըստ կալկուլյացիոն հոդվածների:

Ներկայումս կիրառվում է ծախսերի ըստ կալկուլյացիոն հիմսական հոդվածների հետևյալ դասակարգումը՝

1. համալրող առարկաներ,
2. էլեկտրաէներգիայի ծախսեր,
3. աշխատողների հիմսական աշխատավարձ,
4. աշխատողների լրացուցիչ աշխատավարձ,
5. սարքավորումների շահագործման և պահպանման ծախսեր,
6. տարածքի վարձակալության համար ծախս,

7. ընդհանուր տնտեսական ծախսեր:

Լրիվ ինքնարժեք (1-7 կետերի գումարը):

Հաշվարկի համար ելքային տվյալներն են.

- փաթեթի մեջ մտնող համալրող առարկաների քանակն ու անվանացանկը;
- ժամանակի ամփոփ նորմերը, աշխատանքի կարգն ու աշխատավարձի ձևերը,
- ժամավճարային և գործարքային պարգևատրման չափերը 24%,
- լրացուցիչ աշխատավարձի չափերը 14%,
- սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսերի դրույքաչափերը 1,8%,
- ընդհանուր տնտեսական ծախսերի դրույքաչափը 126%,
- աշխատանքը իրականացվել է 12 ամիսների ընթացքում:

4.1.Համալրող առարկաների ծախսի հաշվարկ

Գնված բաղադրիչների և կիսաֆաբրիկատների արժեքը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$Ծ_{կֆհա} = \sum Ք_i * Գ_i,$$

որտեղ $Ք_i$-ն i-րդ տեսակի գնված բաղադրիչների քանակն է, հատ, $Գ_i$-ն՝ i-րդ գնված բաղադրիչի միավորի գինը: Հաշվարկի արդյունքները բերված են աղյուսակ 4.1-ում:

Աղյուսակ 4.1

Բաղադրիչի անվանումն ու տեսակը	Մեկ փաթեթին ընկնող քանակ.հատ	Միավորի գինը.դրամ	Մեկ փաթեթին ընկնող արժեք.դրամ
Արագամաշ առարկաներ	6	250,000	1,500,000
Գրասենյակային տարրեր /ֆլեշ կրիչ, ներկանյութ և այլն/:	1	15,000	15,000
Ընդամենը			1,515,000

Ընդամենը՝ 1,515,000 դրամ:

4.2.Էլեկտրաէներգիայի ծախսի հաշվարկ

Համակարգիչները և կապի ու SS այլ սարքավորումները աշխատեցնելու համար էլեկտրաէներգիայի տարեկան ծախսը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$Է=Վ x Աէ,$$

որտեղ Վ-ն էլեկտրաէներգիայի տարեկան ծախսն է, Աէ-ն՝ 1կվ/ժ էլեկտրաէներգիայի արժեքը (50 դրամ, ըստ գործարանային գների):

Մեր օրինակի համար՝

Վ=1,000կՎտ/ժ, Է= 1,000*50≈50,000 դրամ/ամսական և 50,000*12 = 600,000 դրամ/տարեկան:

4.3.Աշխատողների հիմնական աշխատավարձի հաշվարկը

Աշխատողների հիմնական աշխատավարձի մեջ մտնում են՝

- գործարքային դրույքաչափերով աշխատավարձ,
- ժամավճարային աշխատավարձ,
- պարգևավճար:

Գործարքային աշխատավարձն ըստ տարիֆային համակարգի որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$Ահիմ.= Ժդ.*Ապրտ.,$$

որտեղ Ժդ.-ն ժամային դրույքաչափն է, Ապրտ.-ն՝ ժամային նորմը: Հաշվարկման արդյունքները բերված են աղյուսակ 4.2-ում:

Աղյուսակ 4.2

Գործառույթի հաջորդական.	Վճարման ձև	Ժամանա-կային նորմ	Ժամային դրույք	Տարիֆային ֆոնդ
Նախագծում	Գործարքա-պարգևա-վճարային	35	2,500	87,500
Մշակում	Գործարքա-պարգևա-վճարային	20	7,500	150,000
Կարգավորում	Գործարքա-պարգևա-վճարային	35	3,570	125,000
Թեստավորում	Գործարքա-պարգևա-վճարային	25	4,860	121,500
Ընդամենը				484,000

Պարգևատրման չափը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$Պ= Ա_{հիմ} * Պ_դ/100\%,$$

որտեղ $Պ_դ$-ն պարգևատրման դրույքաչափն է՝ տոկոսներով արտահայտված:

Պ= 484,000*24/100=116,160 դրամ:

Ընդամենը հիմնական աշխատավարձը կկազմի՝ 484,000+116,160=600,160 դրամ/ամսական կամ՝ 600,160*12=7,201,920 դրամ/տարեկան:

4.4.Աշխատողների լրացուցիչ աշխատավարձի հաշվարկը

Լրացուցիչ աշխատավարձի մեջ մտնում են՝ հերթական և լրացուցիչ գործողումների, արձակուրդների վճարները, պետական հանձնարարականների կատարման հետ կապված ծախսերը և այլն: Աշխատողների լրացուցիչ աշխատավարձը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$Ա_{լր.} = ԸԱ_{հիմ.} * Ա_{լր.դ}/100,$$

որտեղ $ԸԱ_{լր.դ}$–ն ընդհանուր հիմական աշխատավարձն է, իսկ $Ա_{լր.դ}$-ն՝ լրացուցիչ աշխատավարձի դրույքաչափը:

Ալր. =600,160*14/100=84,022 դրամ/ամսական կամ

84,022*12=1,008,268 դրամ/տարեկան:

4.5. Սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսերի հաշվարկը

Սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսերի թվին են պատկանում ամորտիզացիոն, ընթացիկ վերանորոգման, տրանզիտորային միջոցների, գործիքների, հարմարանքների վերանորոգման և այլ ծախսերը: Սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսերի թվին են պատկանում ամորտիզացիոն, ընթացիկ վերանորոգման, տրանզիստորային միջոցների, գործիքների և հարմարանքների վերանորոգման և այլ ծախսերը:

Հիմական միջոցների տարեկան ամորտիզացիան ($Ա_տ$) հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով՝ $Ա_տ=Հ_ա/Ն$,

որտեղ $Հ_ա$-ն հիմական միջոցների սկզբնական արժեքն է, Ն-ն՝ հիմական միջոցների օգտակար գործունեության ժամկետը:

Աղյուսակ 4.3

Հիմնական միջոցի անվանումն ու տեսակը	Հիմնական միջոցի սկզբնական արժեքը	Ամորտիզացիոն հատկացումներ	
		ՀՄ օգտակար գործողության ժամկետ, տարի	Ամորտիզացիոն ծախս
Սարքավորումներ	48,350,000	5	9,670,000
Ընդամենը			9,670,000

Սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսերի գումարը որոշվում է հետևյալ կերպ՝

$$Ծ_{պ.շ.} = Ա_{հիմ}*12 * Ծ_{պ.շ.դ.}/100,$$

որտեղ $Ծ_{պ.շ.դ.}$-ն սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսերի դրույքաչափն է, $Ա_{հիմ.}$–ը՝ աշխատողների տարեկան հիմնական աշխատավարձը:

Ծպ.շ. = 600,160*12*1.8/100=129,634 դրամ:

Սարքավորումների ընթացիկ վերանորոգման ծախսը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$Ծ_{ը.վ.} = Ա_{հիմ} *12 * Ծ_{ը.վ.դ.}/100,$$

որտեղ $Ծ_{ը.վ.դ}$-ն սարքավորումների ընթացիկ վերանորոգման դրույքաչափն է:

Ծը.վ. == 600,160*12*4/100=288,076 դրամ:

Աղյուսակ 4.4

Ծախսի անվանումը	Դրույքաչափը	Տարեկան ծախսը
Սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսեր	1.8	129,634
Սարքավորումների ընթացիկ վերանորոգում	4	288,076
Սարքավորումների ամորտիզացիա	-	9,670,000
Ընդամենը		10,087,710

4.6. Տարածքի վարձակալության ծախսի հաշվարկը

Գործունեության արդյունավետության հիմնական պայմաններից մեկը տարածքի ճիշտ ընտրությունն է: Վարձակալվող տարածքը գտնվում է Երևան ք. բիզնես կենտրոններից մեկում: Այս տարածքում անհրաժեշտ տարածքի վարձակալության ամսական ծախսը կկազմի 100,000 դրամ կամ 100,000*12=1,200,000 դրամ տարեկան:

4.7. Ընդհանուր տնտեսական ծախսերի հաշվարկը

Ընդհանուր տնտեսավարման ծախսերի մեջ մտում են ձեռնարկության ընդհանուր կառավարման-ադմինիստրատիվ՝ կառավարող անձնակազմի աշխատավարձի, գործուղման, տպագրական, փոստային-հեռագրային ծախսերը և այլ ծախսեր: Այն որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝ ԸՏԾ = Ա հիմ* ԸՍԾ/100,

որտեղ ԸՏԾ-ն ընդհանուր տնտեսավարման ծախսերի տոկոսն է:

ԸՏԾ =7,201,920*126/100=9,074,419 դրամ:

4.8. Համակարգի/փաթեթի ինքնարժքի կալկուլացիան

Ինքնարժեքի կալկուլացիան բերված է աղյուսակ 4.5-ում:

Աղյուսակ 4.5

N	Ծախսերի հոդվածի անվանումը	գումարը, դրամ
1.	Համալրող առարկաներ	1,515,000
2.	Էլեկտրաէներգիա	600,000
3.	Հիմնական աշխատավարձ	7,201,920
4.	Լրացուցիչ աշխատավարձ	1,008,268
5.	Սարքավորումների պահպանման և շահագործման ծախսեր	10,087,710
6.	Տարածքի վարձակալություն	1,200,000
7.	Ընդհանուր տնտեսական ծախսեր	9,074,419
	Ինքնարժեք	30,687317

Համակարգի ինքնարժեքը կկազմի՝ Ի=30,687,317 դրամ:

4.9. Շահույթի և միավորի գնի հաշվարկը

Համակարգի գինն իր մեջ ընդգրկում է ընկերության շահույթն ու ինքնարժեքը: Շահույթի հաշվարկն իրականացվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$Շ = Ի_{լրիվ}*Շ/100,$$

որտեղ Ի–ն համակարգի ինքնարժեքն է, Շ –ն՝ շահույթի դրույքաչափը: Մեր օրինակի համար.

Շ = 30,687,317 *19/100=5,830,590 դրամ :

Գնի հաշվարկը իրականացվում է հետևյալ կերպ՝

Գ = Ի + Շ:

Մեր օրինակի համար.

Գ =30,687,317 +5,830,590 =36,517,907 դրամ:

Համակարգի բացթողնման գինը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$Գ_{բաց.} = Գ + ԱԱՀ,$$

որտեղ Գբաց.–ը համակարգի/փաթեթի բացթողնման գինն է, ԱԱՀ-ն՝ ավելացված արժեքի հարկը (20%):

Գբաց. =36,517,907 +36,517,907 *20/100=36,517,907 + 7,303,581=43,821,488 դրամ:

Այսպիսով, կատարված հաշվարկների արդյունքում ստացանք, որ կորպորատիվ տեղեկատվական համակարգի ինքնարժեքը կկազմի 30,687,317 դրամ, իսկ գինը՝ 43,821,488 դրամ:

ԲՆԱՊԱՀՊԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԻՏՂՈՍԱԹԵՐԹ

ԲՆԱՊԱՀՊԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԻՏՂՈՍԱԹԵՐԹ

Գլուխ 5. Բնապահպանություն

Տրանսպորտի ազդեցությունը շրջակա միջավայրի վրա

Ժամանակակից աշխարհում տրանսպորտը հանդիսանում է գլոբալ տնտեսության կայուն զարգացման կարևորագույն նախապայմանը: Սակայն տեխնոլոգիական առաջընթացին զուգահեռ՝ տրանսպորտային միջոցների քանակի անկառավարելի աճը հանգեցրել է էկոլոգիական ճգնաժամի: Տրանսպորտային էկոլոգիան՝ որպես գիտության ճյուղ, այսօր փորձում է գտնել այն հավասարակշռությունը, որտեղ մարդու տեղաշարժվելու իրավունքը չի վնասի բնությանը:

Համաշխարհային վիճակագրության համաձայն՝ տրանսպորտային ոլորտին է բաժին ընկնում մթնոլորտ արտանետվող ջերմոցային գազերի մոտ քառորդ մասը: Խնդիրն այն է, որ տրանսպորտը աղտոտում է ոչ թե մեկ կոնկրետ կետում, այլ իր ողջ երկայնքով՝ ստեղծելով գծային աղտոտվածության գոտիներ, որոնք անցնում են բնակելի թաղամասերով, անտառներով և գյուղատնտեսական հողերով:

- **Մթնոլորտի քիմիական աղտոտվածության մեխանիզմները**

Ավտոմեքենայի ներքին այրման շարժիչը (ՆԱՇ) քիմիական հզոր ռեակտոր է: Ավտոմոբիլային տրանսպորտի արտանետվող գազերը պարունակում են ավելի քան 200 տարբեր քիմիական միացություններ: Դրանցից առավել վտանգավոր են: Վառելիքի այրման արդյունքում արտանետվում են հետևյալ վտանգավոր նյութերը.

1. Ածխածնի օքսիդ (CO): Անհոտ և անգույն գազ, որը կոչվում է «խեղդող գազ»: Այն միանում է արյան հեմոգլոբինին՝ արգելափակելով թթվածնի մատակարարումը օրգանիզմին:

2. Ազոտի օքսիդները (NO_x) առաջանում են շարժիչի ներսում բարձր ճնշման և ջերմաստիճանի պայմաններում: Դրանք մթնոլորտում փոխազդում են ջրային գոլորշիների հետ՝ առաջացնելով ազոտական թթու: Սա հանգեցնում է «թթվային անձրևների», որոնք ոչնչացնում են բույսերի տերևային ծածկույթը և փոխում հողի թթվայնությունը (pH), ինչի հետևանքով հողը դառնում է անպիտան մշակման համար:

3. Ածխաջրածիններ (CH): Սրանք վառելիքի չայրված մնացորդներն են: Արևի լույսի տակ դրանք փոխազդում են ազոտի օքսիդների հետ՝ ստեղծելով ֆոտոքիմիական սմոգ, որը գրգռում է աչքերը և շնչառական ուղիները:

4. Կախված մասնիկներ (PM2.5 և PM10)։ Սա մուրն է և փոշին, որոնք առաջանում են անվադողերի և արգելակման բարձիկների մաշվածությունից։ Դրանք այնքան մանր են, որ անցնում են թոքերի միջով անմիջապես արյան մեջ։ Վերջին տարիներին բնապահպանների ուշադրության կենտրոնում են հայտնվել մանր դիսպերս մասնիկները։ Դրանք ոչ միայն վառելիքի այրման արդյունք են, այլև առաջանում են անվադողերի և ճանապարհի ասֆալտի շփումից։ Այս միկրոսկոպիկ մասնիկները օդում մնում են կախված վիճակում շաբաթներով և շնչելիս թափանցում են մարդու արյան շրջանառության մեջ՝ առաջացնելով սիրտ-անոթային ծանր հիվանդություններ

- **Տրանսպորտի ազդեցությունը հողի և ջրի վրա**:

Տրանսպորտային միջոցները աղտոտում են ոչ միայն օդը, այլև երկրագնդի պինդ ու հեղուկ շերտերը։ Ծանր մետաղներ հողում։ Մայրուղիների եզրերին հողը հարստանում է կապարով (Pb), կադմիումով (Cd) և ցինկով (Zn)։ Այս մետաղները չեն քայքայվում և անցնում են սննդային շղթա՝ բույսերից դեպի կենդանիներ և մարդիկ։

- ✓ Նավթամթերքների հոսքեր։

Ավտոմոբիլային ճանապարհների մակերևույթից անձրևաջրերը լվանում են վառելիքի և քսայուղերի մնացորդները, որոնք լցվում են գետերն ու լճերը՝ ստեղծելով ջրի մակերևույթին թաղանթ, որը խանգարում է գազափոխանակությանը և սպանում ջրային օրգանիզմներին։

- ✓ Տեխնոլոգիական աղբ

Հին անվադողերը, մարտկոցները և թափքի մասերը դժվար վերամշակվող թափոններ են, որոնք աղբավայրերում զբաղեցնում են հսկայական տարածքներ և թունավորում շրջակայքը։

Ճանապարհաշինությունը փոխում է երկրի մակերևույթի բնական տեսքը և խաթարում էկոհամակարգերի կապը։

- ✓ Հողերի կուտակային աղտոտում

Մայրուղիներից մինչև 200 մետր հեռավորության վրա գտնվող հողերում կուտակվում են ծանր մետաղներ՝ կապար, կադմիում, պղինձ։ Սա նշանակում է, որ այդ գոտիներում աճող խոտը վտանգավոր է անասունների համար, իսկ մրգերն ու բանջարեղենը՝ մարդկանց։

- ✓ Էկոլոգիական միջանցքների խզում

Մայրուղիները հանդիսանում են անհաղթահարելի արգելք փոքր կենդանիների և միջատների համար: Դա բերում է գենետիկական մեկուսացման, քանի որ կենդանիները չեն կարողանում տեղաշարժվել և զուգավորվել իրենց տեսակի այլ ներկայացուցիչների հետ:

- **Ջրային ռեսուրսների աղտոտման մեխանիզմները**

Տրանսպորտը ջրային ավազանների վրա ազդում է երկու ճանապարհով.

1. Մակերևութային հոսքեր: Ճանապարհների վրա կուտակված յուղերը, արգելակման հեղուկները և հակասառեցնող նյութերը անձրևների հետ լցվում են կոյուղի կամ բնական ջրամբարներ:
2. Ծովային տրանսպորտ: Նավթատար նավերի վթարները էկոլոգիական աղետ են, որոնք տասնամյակներով ոչնչացնում են օվկիանոսի ֆլորան ու ֆաունան: Նաև նավերի բալաստային ջրերը տեղափոխում են օտարածին տեսակներ, որոնք խաթարում են տեղական ջրային էկոհամակարգերը:

- ➢ **Աղմուկ և վիբրացիա.**

- ❖ Ֆիզիկական աղտոտվածություն. Տրանսպորտային աղմուկը ժամանակակից քաղաքի «անտեսանելի մարդասպանն» է: Աղմուկը բնության մեջ չունի կուտակվելու հատկություն, բայց այն ունի ուժեղ կենսաբանական ազդեցություն: Քաղաքային աղմուկի 80%-ը բաժին է ընկնում տրանսպորտին: 70 դեցիբելից բարձր ձայնը համարվում է «ակուստիկ աղտոտվածություն», որը մարդկանց մոտ առաջացնում է քրոնիկական սթրես, իսկ կենդանիների մոտ՝ կողմնորոշման կորուստ:
- ❖ Ազդեցությունը մարդու վրա. Մշտական աղմուկը (65-80 դԲ) բերում է նյարդային համակարգի քայքայման, հիպերտոնիայի և քնի խանգարման:
- ❖ Ազդեցությունը կառույցների վրա. Ծանր բեռնատարների կամ մետրոյի առաջացրած վիբրացիան քայքայում է հին շենքերի հիմքերը, առաջացնում ճաքեր պատմական հուշարձանների վրա:

- ➢ **Տրանսպորտի տեսակների էկոլոգիական բնութագիրը**:

Յուրաքանչյուր տրանսպորտի տեսակ ունի իր «ձեռագիրը».

1. Ավտոմոբիլային: Ամենամեծ վնասն է տալիս իր զանգվածայնության պատճառով:

2. Ավիացիա: Այրում է հսկայական քանակությամբ թթվածին մթնոլորտի վերին շերտերում՝ նպաստելով օզոնային շերտի բարակմանը:

3. Երկաթուղի: Համարվում է համեմատաբար մաքուր, սակայն պահանջում է հողատարածքների հսկայական օտարում և լանդշաֆտի փոփոխություն:

4. Ծովային տրանսպորտ: Վտանգավոր է նավթի արտահոսքերի և նավերի բալաստային ջրերի միջոցով օվկիանոսի էկոհամակարգը խաթարելու պատճառով:

- **Էկոլոգիական վնասի նվազեցում**

Էկոլոգիական վնասը նվազեցնելու նպատակով կիրառվում են հետևյալ ռազմավարությունները.

- Տեխնիկական: Անցում էլեկտրական և ջրածնային շարժիչներին, կատալիզատորների կատարելագործում:
- Կազմակերպչական: Տրանսպորտային լոգիստիկայի օպտիմալացում, «խելացի» լուսացույցների կիրառում, որոնք կրճատում են մեքենաների պարապուրդը խցանումներում:
- Օրենսդրական: «Եվրո» ստանդարտների խստացում և հարկային արտոնություններ էկոլոգիապես մաքուր մեքենաների համար:

- **Լուծման ուղիները և կայուն զարգացման հեռանկարները:**

Էկոլոգիական ճգնաժամից դուրս գալու համար անհրաժեշտ է.

1. Էլեկտրամոբիլներ և հիբրիդային համակարգեր: Նվազեցնում են տեղային արտանետումները:
2. Այլընտրանքային վառելիք: Կենսավառելիք, բնական գազ (սեղմված մեթան) և ջրածնային էներգետիկա:
3. Լոգիստիկայի օպտիմալացում: Խելացի տրանսպորտային համակարգերի ներդրում (ITS), որոնք նվազեցնում են խցանումները:
4. Մոդալ փոփոխություն: Խրախուսել բնակչությանը անցնել հանրային տրանսպորտի և հեծանիվների:

Ավտոտրանսպորտի միջոցների օգնությամբ մթնոլորտի աղտոտման սահմանափակումը հանգում է հետևյալին.

1) ավտոմեքենայի և դրա տեխնիկական վիճակի կատարելագործում (ավտոմեքենայի կառուցվածքի կատարելագործում, ուժային նոր տիպի կառույցների ստեղծում, նոր տիպի վառելիքի կիրառում և տեխնիկական վիճակի պահպանում):
2) շարժման և բեռնափոխադրման ռացիոնալ կազմակերպում (ճանապարհների կատարելագործում, ավտոմոբիլային տեղափոխումների օպտիմալ երթուղավորում, ճանապարհային շարժման կազմակերպում և կատարելագործում և ավտոմեքենայի ռացիոնալ կառավարում):
3) աղբյուրից դեպի ռեցիպիենտներ աղտոտվածության տարածման սահմանափակում:

Այսպիսով, կարող ենք ասել, որ տրանսպորտի ազդեցությունը ՇՄ վրա ունի համաշխարհային բնույթ։ Այն պահանջում է համալիր մոտեցում՝ տեխնիկական վերազինումից մինչև օրենսդրական խիստ սահմանափակումներ։ Քաղաքային մթնոլորտային օդի աղտոտման աղբյուրները հեռանկարում դարձյալ կմնան էներգետիկային օբյեկտները, արդյունաբերական ձեռնարկությունները և ավտոտրանսպորտը։Միայն կայուն և «կանաչ» տրանսպորտային քաղաքականությունը թույլ կտա պահպանել էկոլոգիական հավասարակշռությունը հաջորդ սերունդների համար։

ԿԵՆՍԱԳՈՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅԱՆ ԱՆՎՏԱՆԳՈՒԹՅԱՆ ՏԻՏՂՈՍԱԹԵՐԹ

ԿԵՆՍԱԳՈՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅԱՆ ԱՆՎՏԱՆԳՈՒԹՅԱՆ ՏԻՏՂՈՍԱԹԵՐԹ

§Գլուխ 6. Կենսագործունեության անվտանգության կարևորագույն դերը լոգիստիկայում

Լոգիստիկ համակարգերի անվտանգության համակարգային վերլուծություն:Լոգիստիկ համակարգերում գրաֆների միջոցով հոսքերի օպտիմալացումը չի կարող սահմանափակվել միայն մաթեմատիկական հաշվարկներով կամ տնտեսական արդյունավետությամբ։ Ժամանակակից պայմաններում ցանկացած լոգիստիկ շղթա դիտարկվում է որպես բարդ «Մարդ-Մեքենա-Միջավայր» համակարգ, որտեղ կենսագործունեության անվտանգությունը (ԿԱ) հանդիսանում է համակարգի կայունության հիմնասյունը։

Այս համակարգում «Մարդ» օղակը (վարորդներ, պահեստի աշխատակիցներ, դիսպետչերներ) ամենախոցելին է։ Ցանկացած սխալ, որը պայմանավորված է հոգնածությամբ կամ անվտանգության կանոնների անտեսմամբ, կարող է հանգեցնել գրաֆի ամբողջական հատվածների կաթվածահարման։ «Մեքենա» օղակը ներառում է տրանսպորտային միջոցները և բեռնման-բեռնաթափման սարքավորումները, որոնց տեխնիկական անսարքությունը տեխնածին վթարների հիմնական պատճառն է։[1] «Միջավայրը» այն արտաքին պայմաններն են՝ ճանապարհային ծածկույթ, եղանակային պայմաններ և պահեստային միկրոկլիմա, որոնք անմիջական ազդեցություն ունեն հոսքի անվտանգության վրա։

Լոգիստիկայում վտանգավոր և վնասակար գործոնները բաժանվում են հետևյալ խմբերի.

1. **Ֆիզիկական.** Տրանսպորտային միջոցների աղմուկը, վիբրացիան, պահեստների ոչ բավարար լուսավորությունը և էլեկտրական հոսանքի վտանգը։
2. **Քիմիական.** Վտանգավոր բեռների (թունավոր նյութեր, քիմիկատներ) հնարավոր արտահոսքը տեղափոխման կամ պահպանման ժամանակ։
3. **Հոգեֆիզիոլոգիական.** Նյարդահոգեկան լարվածությունը և ֆիզիկական ծանրաբեռնվածությունը, որոնք բնորոշ են լոգիստիկ գործընթացների մասնակիցներին։

Աշխատանքի պաշտպանությունը և էրգոնոմիկան պահեստային տնտեսությունում: Պահեստը լոգիստիկ գրաֆի կարևորագույն հանգույցն է: Այստեղ աշխատանքի պաշտպանության կազմակերպումը պահանջում է խիստ համապատասխանություն ՀՀ աշխատանքային օրենսդրությանը և տեխնիկական անվտանգության նորմերին:[2]

Միկրոկլիմայական պայմաններ. Պահեստային տարածքներում անհրաժեշտ է ապահովել օպտիմալ ջերմաստիճանային ռեժիմ և օդափոխություն: Օրինակ, բարձր ջերմաստիճանը նվազեցնում է աշխատողի ուշադրությունը, ինչը մեծացնում է վնասվածքների ռիսկը բեռնաթափման ժամանակ: Ըստ սանիտարական նորմերի, ֆիզիկական աշխատանք կատարողների համար օպտիմալ ջերմաստիճանը պետք է տատանվի 18°C-ից 22°C-ի սահմաններում:[3]

Էրգոնոմիկա և բեռնաշրջանառություն. Էրգոնոմիկայի նպատակն է աշխատանքային գործիքները և միջավայրը հարմարեցնել մարդու ֆիզիոլոգիական առանձնահատկություններին: Լոգիստիկայում սա նշանակում է.

- Բեռնման-բեռնաթափման գործընթացների առավելագույն մեքենայացում (ավտոբարձրիչների, կոնվեյերների կիրառում):
- Աշխատողների համար ծանրությունների բարձրացման սահմանային չափաքանակների պահպանում (տղամարդկանց համար՝ մինչև 50 կգ, կանանց համար՝ մինչև 20 կգ՝ հազվադեպ բարձրացման դեպքում):
- Աշխատատեղի ճիշտ կազմակերպում, որը բացառում է ավելորդ և հոգնեցուցիչ շարժումները:

Անհատական պաշտպանության միջոցներ (ԱՊՄ). Յուրաքանչյուր աշխատակից պետք է ապահովված լինի համապատասխան հանդերձանքով՝ պաշտպանիչ սաղավարտներ, հատուկ կոշիկներ (մետաղական քթամասով՝ ոտքերը բեռների ընկնելուց պաշտպանելու համար), ձեռնոցներ և բարձր տեսանելիության բաճկոններ: Սա նվազեցնում է դժբախտ պատահարների հետևանքների ծանրությունը:

Հակահրդեհային անվտանգության ինժեներական միջոցառումները: Հաշվի առնելով պահեստներում կուտակված նյութական արժեքների մեծ ծավալը, հակահրդեհային

անվտանգությունը դառնում է առաջնահերթություն։ Պահեստային օբյեկտները դասակարգվում են ըստ հրդեհային վտանգավորության (Ա, Բ, Գ, Դ, Ե դասեր)։[4]

Գրաֆների տեսությունը այստեղ գտնում է գործնական կիրառություն տարհանման պլանների կազմման մեջ։ Տարհանման ուղիները պետք է հաշվարկվեն որպես գրաֆի կարճագույն ուղիներ, որոնք ապահովում են մարդկանց անվտանգ դուրսբերումը վտանգավոր գոտուց նվազագույն ժամանակահատվածում։ Հակահրդեհային համակարգերը պետք է ներառեն.

1. **Ավտոմատ ազդանշանային համակարգեր.** ծխի և ջերմության տվիչներով։
2. **Հրդեհաշիջման միջոցներ.** ստացիոնար ջրային կամ փոշե համակարգեր, ինչպես նաև առաջնային միջոցներ (կրակմարիչներ)։
3. **Հակածխային պաշտպանություն.** օդափոխության հատուկ համակարգեր, որոնք կանխում են թունավոր գազերի տարածումը։

Վտանգավոր բեռների տեղափոխման անվտանգության ապահովումը և միջազգային կարգավորումները։[5] Լոգիստիկ շղթայում հոսքերի կառավարումը բարդանում է, երբ տեղափոխվող արտադրանքը դասակարգվում է որպես «վտանգավոր բեռ»։ Այս դեպքում ԿԱ-ն դադարում է լինել լրացուցիչ պայման և դառնում է գլխավոր սահմանափակող գործոն։

Ըստ ADR (Վտանգավոր բեռների միջազգային ճանապարհային փոխադրումների մասին եվրոպական համաձայնագիր)[6] դասակարգման, բեռները բաժանվում են 9 դասի (պայթուցիկ նյութերից մինչև ռադիոակտիվ տարրեր)։ Յուրաքանչյուր դասի համար սահմանված են փաթեթավորման, մակնշման և տրանսպորտային միջոցի կահավորման խիստ նորմեր։

Տրանսպորտային գրաֆի վրա վտանգավոր հոսքերի բաշխման ժամանակ անհրաժեշտ է հաշվի առնել.

- **Տեխնիկական հագեցվածություն.** Տրանսպորտային միջոցը պետք է ունենա հակաբլոկավորման համակարգ (ABS), հակահրդեհային միջոցներ և վթարային արտահոսքի դեպքում օգտագործվող չեզոքացնող նյութերի հավաքածու։

- **Երթուղու մոնիտորինգ.** Ժամանակակից լոգիստիկայում օգտագործվում են GPS/GLONASS համակարգեր, որոնք թույլ են տալիս իրական ժամանակում հետևել բեռի շարժին: Եթե մեքենան շեղվում է գրաֆի կողով նախատեսված անվտանգ ուղուց, համակարգը ավտոմատ ահազանգում է կառավարման կենտրոնին:

Ռիսկերի մաթեմատիկական գնահատումը և օպտիմալացումը: Լոգիստիկայում ռիսկը սահմանվում է որպես անցանկալի դեպքի տեղի ունենալու հավանականության և դրա հնարավոր փսասի արտադրյալ:

Եթե ունենք տրանսպորտային ցանց $G = (V, E)$, ապա յուրաքանչյուր $e \in E$

(ճանապարհի հատված) ունի իր ռիսկի գործակիցը (R_e): Այն հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով

$$\mathbf{R_e} = P_e * \sum_{i=1}^{n} \mathbf{C_i}$$

Որտեղ՝

- P_e — վթարի հավանականությունն է տվյալ հատվածում (կախված ճանապարհի վիճակից, լուսավորությունից և ծանրաբեռնվածությունից):
- $\mathbf{C_i}$— հնարավոր փսասների տեսակներն են (մարդկային կյանքի կորուստ, բնապահպանական փսաս, բեռի կորուստ, տուգանքներ):

Օպտիմալ հոսքի որոնման ժամանակ մենք լուծում ենք խնդիր, որտեղ նպատակային ֆունկցիան ոչ միայն ծախսերի նվազեցումն է, այլև ընդհանուր ռիսկի մինիմալացումը.

$$\min \sum_{e \in E} Re * fe$$

որտեղ f_e-ն տվյալ կողով անցնող հոսքի քանակն է: Սա նշանակում է, որ երբեմն ավելի երկար ճանապարհը (գրաֆի ավելի երկար ուղին) կարող է լինել ավելի նախընտրելի, եթե դրա ռիսկի գործակիցը զգալիորեն ցածր է:

Արտակարգ իրավիճակներում գործողությունների պլանավորումը:Լոգիստիկ կենտրոններում և տրանսպորտային հանգույցներում տեղի ունեցող արտակարգ

իրավիճակները (ԱԻ) կարող են լինել տեխնածին (հրդեհ, պայթյուն, քիմիական արտահոսք) կամ բնական (երկրաշարժ, հեղեղումներ)։

Անվտանգության ապահովման պարտադիր միջոցառումներն են.

1. **Քաղաքացիական պաշտպանության պլանի առկայություն.** Յուրաքանչյուր լոգիստիկ օբյեկտ պետք է ունենա հստակ սցենարներ տարբեր ԱԻ-ների համար։
2. **Անձնակազմի ուսուցում.** Պարբերական վարժանքներ, որոնք սովորեցնում են աշխատողներին օգտվել կրակմարիչներից, ցուցաբերել առաջին բժշկական օգնություն և իրականացնել կազմակերպված տարհանում։
3. **Տեխնիկական միջոցներ.** Վթարային լուսավորություն, ինքնաշխատ էներգասնուցման համակարգեր և կապի միջոցներ, որոնք աշխատում են հիմնական համակարգերի խափանման դեպքում։

Շրջակա միջավայրի պահպանությունը որպես ԿԱ բաղադրիչ: Ժամանակակից լոգիստիկայում ԿԱ-ն անբաժանելի է բնապահպանությունից։ Կանաչ լոգիստիկան (Green Logistics) ենթադրում է հոսքերի այնպիսի բաշխում, որը նվազագույնի կհասցնի CO2-ի արտանետումները։

- **Աղմուկի վերահսկում.** Տրանսպորտային միջոցների շարժի սահմանափակում բնակելի գոտիներով գիշերային ժամերին։
- **Թափոնների կառավարում.** Պահեստներում առաջացող փաթեթավորման նյութերի (պլաստիկ, ստվարաթուղթ) տեսակավորում և վերամշակում։

Կենսագործունեության անվտանգության գործոնների ներառումը լոգիստիկ ցանցի օպտիմալացման մոդելում:Ինչպես ցույց է տրված 3.4 բաժնում, Yerevan- Gyumri լոգիստիկ ցանցում առավելագույն հոսքը կազմում է 28 միավոր : Սակայն, իրական պայմաններում այս հոսքի բաշխումը պետք է վերանայվի՝ հաշվի առնելով կենսագործունեության անվտանգության (ԿԱ) ռիսկերը։

Դիտարկենք ծրագրի կողմից առաջարկված հիմնական ուղիներից երկուսը.

1. Yerevan → Ashtarak → Aparan → Spitak → Gyumri
2. Yerevan → Hrazdan → Sevan → Dilijan → Vanadzor → Gyumri:

Ռիսկերի և անվտանգության կիրառական հաշվարկ

Ենթադրենք, տեղափոխվող բեռը վտանգավոր նյութ է (օրինակ՝ վառելիք)։ ԿԱ տեսանկյունից յուրաքանչյուր ճանապարհի համար սահմանվում է Ռիսկի գործակից (R), որը հաշվի է առնում վթարի հավանականությունը և բնակչության խտությունը տվյալ հատվածում:

Աղյուսակ 6.1

Ճանապարհի հատված	Թողունակություն	Ռիսկի գործակից	Անվտանգության գնահատական
Ashtarak → Aparan	12	1.2	Բարձր ռիսկ
Sevan → Hrazdan	10	1.0	Նվազագույն ռիսկ
Spitak → Gyumri	12	1.1	Միջին ռիսկ
Yerevan → Ashtarak	20	1.1	Միջին ռիսկ
Dilijan → Vanadzor	7	1.2	Բարձր ռիսկ

Հոսքերի վերաբաշխումը ըստ անվտանգության չափանիշի:Եթե օպտիմալացման ալգորիթմում (nx.max_flow_min_cost(self.G, self.source, self.sink)) որպես սահմանափակում ներմուծենք ոչ թե պարզ թողունակությունը, այլ «Անվտանգ թողունակությունը», արդյունքները կփոխվեն։

Օրինակ, Vanadzor → Gyumri հատվածը, որն ունի ընդամենը 10 միավոր թողունակություն , համարվում է «նեղ տեղ» : Սակայն, եթե Spitak → Gyumri հատվածում

(թողունակություն՝ 12) տեղի ունենա արտակարգ իրավիճակ (օրինակ՝ ձնահյուս կամ տեխնածին վթար), ապա ԿԱ կանոնների համաձայն՝ հոսքը պետք է անմիջապես վերաուղղորդվի դեպի Hrazdan հատված՝ անկախ դրա փոքր թողունակությունից։

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

• **Պետրոսյան Պ.Ա., Մկրտչյան Վ.Վ., Քամալյան Ռ.Ռ.**, Գրաֆների տեսություն: Ուսումնամեթոդական ձեռնարկ, Երևան, ԵՊՀ հրատարակչություն, 2015:

• **Հակոբյան Հ.Ց., Հասրաթյան Ա.Ս.**, Գրաֆների տեսության խնդիրների ժողովածու, Երևան, 1982:

• **Կարապետյան Ի.Ա.**, Գրաֆների տեսություն (մեթոդական ցուցումներ), Երևան, ՀՊՃՀ, 2006:

• **Anderson, J. A.**, Discrete Mathematics with Combinatorics, Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall, 2004.